Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2019-2020 **Lycée :** Ndondol (Diourbel)	SÉRIE D'EXERCICES N°2 CALCUL VECTORIEL	**Niveau** : Seconde S **Professeur** :M. AMAR FALL

EXERCICE 1 :

Dans chacun des cas suivants, écrire M comme barycentre de A et B affectés de coefficients à préciser.

a. $2\,\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\vec{0}$; **b.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; **c.** $2\,\overrightarrow{AB}-2\,\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}$; **d.** $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

EXERCICE 2 :

Dans chacun des cas suivants, écrire G comme barycentre de A, B et C affectés de coefficients à préciser.

a. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$; **b.** $\overrightarrow{CG}=2\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$; **c.** $\overrightarrow{GB}=\frac{1}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$; **d.** $2\,\overrightarrow{AG}-3\,\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AC}$

EXERCICE 3 :

Soit ABC un triangle.

1. Placer les points I et G définis par :$\overrightarrow{CI}=\frac{2}{5}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{IG}=\frac{4}{9}\overrightarrow{IA}$.

2. Trouver a, b et c tels que G= $bar\{(A,a);(B,b);(C,c)\}$.

EXERCICE 4 :

Soit ABC un triangle. $I=bar\{(A;\ 3);(B;2)\}$; $J=bar\{(B;\ 2);(C;-4)\}$ et $K=bar\{(A;\ 3);(C;4)\}$.

1. Construire I, J et K.

2. Montrer que C est l'isobarycentre de B et J.

3. Montrer que $K=bar\{(A;3);(B;2);(J;2)\}$. En déduire que I, J et K sont alignés.

EXERCICE 5 :

Soit ABC un triangle.

1. Construire I, J et K tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$
2. Ecrire I comme barycentre de A et B ; J comme barycentre de B et C et K comme barycentre de A et C.
3. En déduire que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes.

EXERCICE 6 :

On donne A et B des points distincts.

1. Construire $G = bar\{(A;\ 1); (B; -2)\}$.
2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\|$
3. Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que : $2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$ soient colinéaires.

EXERCICE 7 : Soient m un réel non nul.

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le barycentre G_m de $\{(A; m); (B; 3m); (C; -1)\}$ existe.
2. Soit $D = bar\{(A; 1); (B; 3)\}$. Ecrire G_m comme barycentre de D et C.
3. En déduire les valeurs de m pour lesquelles $G_m \in [DC]$.

EXERCICE 8 :

ABC est un triangle de centre de gravité G, I est le milieu de $[BC]$. La parallèle à (BC) passant par G coupe (AC) en E. On place D tel que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$.

1. Montrer que $E = bar\{(A;\ 1); (C; 2)\}$.
2. Montrer que $B = bar\{(A;\ 1); (D; 1)\}$.
3. Montrer que $I = bar\{(A;\ 1); (C; 2); (D; 1)\}$. En déduire que les points D, I et E sont alignés. Préciser la position de I sur $[DE]$.

EXERCICE 9 :

1. Construire un triangle ABC tel $AB = 10\ cm$; $AC = 12\ cm; BC = 8\ cm$ puis placer $G = bar\{(A;\ 1); (B; 2); (C; 1)\}$.
2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = AC$.
3. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\|$.
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

EXERCICE 10 : Soit ABC un triangle. G est le point tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. Faire une figure puis écrire G comme barycentre de A et B.
2. Soit x un réel tel que $H = bar\{(A;\ 1); (B; 2); (C; x)\}$.
   - **a.** Pourquoi x ne peut-il pas être égal à -3 ?
   - **b.** Construire H lorsque $x = 3$.
   - **c.** Démontrer que pour tout $x \neq -3$, $H \in (CG)$.
   - **d.** Déterminer x lorsque H est le symétrique de G par rapport à C.

EXERCICE DE RECHERCHE :

ABCD est un parallélogramme de centre O. Soient $I = bar\{(A;\ 5); (B; -2)\}$; $J = bar\{(B;\ 2); (C; 5)\}$; $K = bar\{(C;\ 5); (D; -2)\}$ et $L = bar\{(A;\ 5); (D; 2)\}$

Faire une figure puis démontrer que I, J, K et L sont alignés.

EXERCICE DE RECHERCHE :

Soit ABC un triangle, p et q des réels strictement positifs. $G = bar\{(A;\ p); (B; q); (C; q)\}$

1. Démontrer que (CG) et (AB) sont sécantes.
2. On suppose que (AG), (BG) et (CG) coupent respectivement (BC), (AC), (AB) en I, J et K. En utilisant le théorème des barycentres partiels, démontrer que :
   - **a.** I est le milieu de $[BC]$.
   - **b.** Les droites (JK) et (BC) sont parallèles.

EXERCICE DE RECHERCHE :

Soit ABC un triangle et G un point intérieur du triangle. On suppose qu'il existe trois réels $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ de somme non nulle tel que $G = bar\{(A;\ \alpha); (B; \beta); (C; \gamma)\}$

1. Vérifier que tous les trois réels $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ sont tous non nuls.
2. Démontrer que $\alpha + \beta \neq 0; \beta + \gamma \neq 0$ et $\alpha + \gamma \neq 0$
3. Soit $A_1 = bar\{(B;\beta);(C;\gamma)\}$. Montrer que $A_2 = bar\left\{\left(B;\frac{1}{\beta}\right);\left(C;\frac{1}{\gamma}\right)\right\}$ est la symétrique de A_1 par rapport au milieu A' de $[BC]$.

PENSEE

Dans la vie, si tu arrêtes de lutter alors tu vas vite chuter. Le plus grand des héros est celui qui est parti de zéro.

Au fur et à mesure que tu te donnes à fond, tu finiras par sortir du trou profond pour ensuite atteindre le plafond.