Axlou Toth pour l'Innovation

NIVEAU : SECONDE S

Systèmes d'équations et d'inéquations

Exercice 1 :

1) Résoudre le système suivant par la méthode de CRAMER : $\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 3x + y = \frac{7}{20} \end{cases}$.

2) En déduire la résolution des systèmes suivants : a) $\begin{cases} \frac{4}{x+1} - \frac{5}{y-3} = 3 \\ \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-3} = \frac{7}{20} \end{cases}$; b) $\begin{cases} 4x^2 - \frac{5}{y+1} = 3 \\ 3x^2 + \frac{1}{y+1} = \frac{7}{20} \end{cases}$.

Exercice 2 :

Résoudre par la **méthode de Cramer** les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y+3}{4} - 1 = 0 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{4} - 1 = 0 \end{cases}$; **2)** $\begin{cases} x^2 - 2x + 2(y^2 + 4) + 3 = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - (y^2 + 4) = 12 \end{cases}$.

Exercice 3 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$.

2) Résoudre par la méthode de CRAMER : $\begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ 3x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$.

Exercice 4 :

1) Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode de Cramer.

a) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 7 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3x + 15y = 1 \\ 2x + 10y + 1 = 0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y - 1 = 0 \\ (\sqrt{2} + 1)x + y\sqrt{2} - 2 = 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x - 2y - 5 = 0 \\ -0{,}4x + 0{,}8y = -2 \end{cases}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -x + y = 1 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2x + 2y = -6 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x + 5y = 2 \\ -6x - 10y = -7 \\ -4x + 2y = \frac{3}{2} \end{cases}$; d) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -x + y = 4 \\ 2x - y = -2 \end{cases}$.

Exercice 5 :

Utiliser un changement d'inconnues pour résoudre les systèmes suivants:

1) $\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ -2x^2 + 4y^2 = 1 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 4\sqrt{x} - \sqrt{y} = 19 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} \frac{3}{x-1} - \frac{1}{y} = 15 \\ \frac{1}{2x-2} - \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} 2|x| - 3|y| = 1 \\ 5|x| - 8|y| = 2 \end{cases}$; 5) $\begin{cases} x - y^2 = 1 \\ x + y^2 = -1 \end{cases}$;

6) $\begin{cases} 7xy - 5(x+y) = 15 \\ 11xy - 8(x+y) = 22 \end{cases}$; 7) $\begin{cases} 2(x+5)^2 - \frac{1}{y+6} = 7 \\ 5(x+5)^2 - \frac{2}{y+6} = 18 \end{cases}$; 8) $\begin{cases} 7\sqrt{3x+y+3} - 3\sqrt{8x+3y+5} = 6 \\ 5\sqrt{3x+y+3} + 2\sqrt{8x+3y+5} = 25 \end{cases}$;

9) $\begin{cases} 2x^2 + 4x - y^2 - 2y - 4 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 2y^2 - 4y - 5 = 0 \end{cases}$; 10) $\begin{cases} 3(1+x)(1-y) + (1+y)(1-x) = 3(1-x)(1-y) \\ 6(1+x)(1-y) - 5(1+y)(1-x) = 2(1-x)(1-y) \end{cases}$.

Exercice 6 :

1) Soit $P(x) = ax^2 + bx + 7$. Trouver les réels a et b pour que $P(3) = 10$ et $P(-2) = 25$.

2) Déterminer les coefficients a et b de l'équation $ax - by - 4 = 0$ sachant qu'elle a pour solutions les couples $(-1; 3)$ et $(2; 5)$.

Exercice 7 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$:

a) $\begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x - y - 1 \\ \frac{x+y-1}{3} + \frac{4x-y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} \end{cases}$; b) $\begin{cases} |x-y| + 2|x+y-1| = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x^2 - 2xy + 2x - 1 = 0 \\ y^2 - 2xy + 2y - 1 = 0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} 2(2x-3y+1)^2 + (x+y-2)^2 = 275 \\ (2x-3y+1)^2 - (x+y-2)^2 = -200 \end{cases}$; e) $\begin{cases} (x+3y+4)(2x+y-1) = 0 \\ (2x-5y+3)(8x-3y-2) = 0 \end{cases}$.

2) Résoudre et discuter les systèmes suivants, dans lesquels m désigne un paramètre réel:

a) $\begin{cases} 2x + my = 2 \\ -x + 3y = -1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} mx + y = -2m \\ x + my = m - 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} (m+4)x - (m-1)y = 0 \\ 3(m-4)x + (2m-3)y = 0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} 2mx + 4y = 2m \\ (2m-3)x + (m-1)y = 1 \end{cases}$; e) $\begin{cases} (m-1)x + 2my = -2 \\ 2mx + (m-1)y = m - 1 \end{cases}$; f) $\begin{cases} (m^2+1)x + (m^2-1)y = 0 \\ (m+1)x + (m-1)y = 0 \end{cases}$.

Exercice 8 :

Représenter graphiquement, en précisant bien les bords, l'ensemble des points M dont les coordonnées sont les solutions du système $\begin{cases} x - y + 3 > 0 \\ x + 2y + 6 \geq 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$.

Exercice 9 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points : $A\binom{-1}{4}$, $B\binom{2}{-5}$ et $C\binom{3}{3}$.
Trouver un système d'inéquations dont la solution est formée de l'ensemble des points $M\binom{x}{y}$ intérieurs au triangle ABC (bords inclus).

Exercice 10 :

1) Résoudre graphiquement les inéquations ou systèmes d'inéquations suivants :

a) $2y - x + 2 \leq 0$; b) $y > 2$; c) $x \leq \frac{-2}{3}$; d) $\begin{cases} 2x + y - 2 < 0 \\ 3x - y + 6 > 0 \end{cases}$; e) $0 < x + 3y \leq 2$;

f) $\begin{cases} x+y-1 \geq 0 \\ x-2y+4 \geq 0 \\ 3x-2y-3 \leq 0 \end{cases}$; g) $\begin{cases} 2x-y \geq 2 \\ x-3 \leq 0 \\ 2y-1 \geq 0 \\ 4-y \geq x \end{cases}$; h) $\begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ -4 \leq 3y-2x \leq 2 \end{cases}$; i) $\begin{cases} |2x+3y| \leq 5 \\ |3x-2y| \leq 5 \end{cases}$.

2) Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} |x-1| \leq 1 \\ x+y=1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} |3-2y| > 2 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x^2-(y+1)^2 \leq 0 \\ x^2+y^2-2y-8=0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \frac{x+2y-12}{5x+2y-20} \leq 0 \\ (x+y-7)(10x+7y-70) < 0 \end{cases}$; e) $\begin{cases} \frac{x+2y-12}{5x+2y-20} \leq 0 \\ (x+y-7)(10x+7y-70) < 0 \\ 8x+7y=56 \end{cases}$.

Exercice 11 :

Jean et Sophie passent un concours portant sur trois épreuves :

Histoire (coefficient x), Langue (coefficient y) et Français (coefficient 1).

Le tableau suivant indique les notes obtenues à chaque épreuve, ainsi que leur moyenne :

	Histoire	Langue	Français	Moyenne
Jean	12	15	8	13
Sophie	17	12	13	14

Calculer les coefficients des deux épreuves d'histoire et de langue.

Exercice 12 :

A la dernière représentation d'un spectacle, il y avait au maximum 130 personnes, dont x adultes et y enfants, et 30 adultes de plus que d'enfants.

Déterminer les nombres d'adultes et d'enfants possibles, sachant qu'il s'agit de multiples de 10.

Exercice 13 :

1) Si l'on augmente de 3 mètres la largeur d'un rectangle et de 4 mètres sa longueur, sa surface augmente de 88 m². Si l'on diminue sa largeur de 3 m et sa longueur de 2 m, sa surface diminue de 50 m². Calculer la longueur L et la largeur l de ce rectangle.

2) Peut-on déterminer un nombre entier de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10 et tel qu'en permutant les deux chiffres le nombre augmente de 50 ?

3) J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez, et quand vous aurez l'âge que j'ai, la somme de nos âges sera 154. Quels sont nos âges aujourd'hui ?

4) Une boîte contient des boules rouges et des boules noires. Si l'on ajoute une boule rouge, les boules rouges représentent alors 25% du contenu de la boîte. Si l'on retire une boule rouge, les boules rouges représentent alors 20% du contenu de la boîte. Combien la boîte contient-elle de boules rouges ?

5) Deux villes A et B sont distantes de 590km. Une voiture part de A à 8h pour B et roule à la vitesse de 100km/h. Un cycliste part de B à 10h pour A et roule à la vitesse de 30km/h. A quelle heure et à quelle distante de A se croise ont-ils ? Donner une solution algébrique et une solution graphique.

6) Si on retranche 100 au numérateur d'une fraction et 5 à son dénominateur, on obtient 19,94.

Maintenant, si on ajoute 100 au numérateur et 5 au dénominateur de cette même fraction, on obtient 19,95. Quelle est cette fraction ?

Exercice 14 :

Pour un mélange de céréales, on utilise x kg de blé traité à 3 F le kilo et y kg de maïs à 4 F le kilo.

Le coût total ne peut pas dépasser 12 F et la quantité de maïs doit être supérieure ou égale à la quantité de blé.

1) Traduire ces contraintes en inéquations.

2) Représenter les couples solutions $(x; y)$ possibles dans un repère orthonormal.

Exercice 15 :

Un artisan fabrique des sacs de toile et cuir de deux types différents A et B. La réalisation d'un sac de type A demande $0{,}50m^2$ de toile et $0{,}40m^2$ de cuir ; celle d'un sac de type B demande $0{,}60m^2$ de toile et $0{,}68m^2$ de cuir. L'artisan dispose chaque semaine de $15m^2$ de toile et de $14m^2$ de cuir. Les profits réalisés sont de $40F$ par sac A et de $60F$ par sac B. On désigne par x le nombre de sacs A et par y le nombre de sacs B fabriqués chaque semaine.

1) Traduire les contraintes liées aux quantités de toile et de cuir disponibles par des inégalités faisant intervenir x et y.

2) (x, y) représentant les coordonnées d'un point M dans un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ déterminer l'ensemble D des points $M(x, y)$ du plan pour lesquels la fabrication est possible.

3) **a)** Calculer en fonction de x et de y le profit p réalisé par semaine.

b) Déterminer le programme de fabrication qui assure un profit maximal et calculer ce profit.