Axlou Toth pour l'Innovation

NIVEAU : SECONDE S

CALCUL VECTORIEL

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle. Soit D le point tel que : $3\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AD}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis placer le point D sur la figure.

2) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 2 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note I le milieu du segment $[AD]$ et J le milieu de $[DC]$.

1) Placer le point K tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AJ}$.

2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

3) Montrer que $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{10}\overrightarrow{AD}$.

4) En déduire que les points I, K et B sont alignés.

Exercice 3 :

Un triangle ABC et un réel x $(x \neq -1)$ étant fixés, on définit les points M et N par les relations :

$\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{x+1}\overrightarrow{BC}$.

1) Construire M et N dans chacun des cas $x = 2$ puis $x = \frac{3}{4}$.

2) Montrer que A, M et N sont alignés.

Exercice 4 :

RST est un triangle. M et N sont les points tels que :

$\overrightarrow{RM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{RS} + \left(a + \frac{5}{2}\right)\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{RN} = (a+2)\overrightarrow{RS} + \frac{3}{4}\overrightarrow{RT}$ où a est un réel.

1) Construire M et N lorsque $a = \frac{1}{4}$.

2) Démontrer que pour tout réel a, les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{ST}$ sont colinéaires.

3) Dans chaque cas, dire pour quelle valeur de a on a :

a) M et N confondus ;

b) $STMN$ est un parallélogramme ;

c) $STNM$ est un parallélogramme.

Exercice 5 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et les points I et J milieux respectifs des segments $[AB]$ $[CD]$.

1) Démontrer que les droites (ID) et (JB) sont parallèles.

2) Construire les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Démontrer que les points M et N appartiennent respectivement aux droites (ID) et (JB).

3) Démontrer que $MINJ$ est un parallélogramme.

4) Soit E le point d'intersection des droites (ID) et (BC).

Démontrer que B est le milieu du segment $[CE]$.

Exercice 6 :

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont pour isobarycentres respectifs G et G'.

1) Démontrer que : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$.

2) En déduire que deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont même isobarycentre si et seulement si

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

Exercice 7 :

Soit ABC un triangle.

1) Construire le point G, barycentre de $(\mathrm{A}, 2)$, $(\mathrm{B}, -1)$ et $\left(\mathrm{C}, \frac{3}{2}\right)$.

2) Construire les points P, Q et R tels que $\overrightarrow{\mathrm{GP}} = 4\overrightarrow{\mathrm{GA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{GQ}} = -2\overrightarrow{\mathrm{GB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{GR}} = 3\overrightarrow{\mathrm{GC}}$.

Démontrer que le point G est le centre de gravité du triangle PQR.

Bonne dégustation scientifique !