Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2015-2016 **Lycée :** Sangalkam (DAKAR)	**SÉRIE D'EXERCICES** **Polynômes et Fractions rationnelles**	**Niveau** : Seconde S **Professeur** : M. SANE

EXERCICE 1 :

Factoriser les polynômes suivants après avoir trouvé une racine évidente

1) $P(x)=x^3-7x+6$
2) $P(x)=-3x^3+7x^2+3x-7$
3) $P(x)=x^3+2x^2+4x+3$
4) $P(x)=-x^4+4x^2+x-2$

EXERCICE 2 :

1)Déterminer les réels a, b et c pour que les polynômes f(x) et g(x) soient égaux :

$f(x) = a\,(x-1)^2 + (b-2)\,x + 2c$ et $g(x) = x^2 + 2x - 3$.

2)Trouver un polynôme du second degré vérifiant : p(0) = 1 ; p(-1) = 6 et p(2) = 3

EXERCICE 3 :

1)Soit $p(x)=-x^4+2x^3-x+2$**.** Calculer $p(-1)\ et\ p(2)$ puis factoriser complètement $p(x)$**.**

2)Résoudre dans **IR** $p(x)=0,\ p(x)<0$

3)On donne $q(x)=x^3+6x^2+ax+b$. Déterminer a et b pour que -1 et -2 soient des racines de q

4)On donne $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f. Simplifier $f(x)$ puis résoudre dans IR $f(x)\geq 0$

EXERCICE 4 :

Soit $p(x)=9x^4+9x^3+mx^2-x+n$

1) Déterminer m et n pour que $p(x)$ soit divisible par x^2+x-6

2) Factoriser complètement $p(x)$

3) Résoudre $p(x)=0$ *puis* $p\left(\frac{1}{x+2}\right)=0$

EXERCICE 5 :

Soit $p(x)=x^3-4x^2+x+6$ un polynôme admettant trois racines a, b, c. Sans calculer ces racines calculer $a+b+c,\ ab+ac+bc,\ abc, \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c},\ a^2+b^2+c^2$

EXERCICE 6 :

Soit $f(x)=6x^4+mx^3+62x^2-35x+p$

1) Déterminer m et p pour que $f(x)$ soit divisible par x^2-5x+6.
2) On suppose dans la suite que m=-35 et p=6. Montrer que 0 n'est pas une racine.
3) Montrer que si a est une racine de f alors 1/a est aussi une racine de f .
4) En déduire toutes les racines de f puis factoriser complètement $f(x)$
5) Résoudre $f\left(\frac{1}{x}\right)<0$

EXERCICE 7 :

1)Déterminer un polynôme p de degré 3 vérifiant : $p(0)=0 \quad p(x+1)-p(x)=3x^2+3x \quad \forall x \in IR$

2)En déduire que $3\times 2+6\times 3+9\times 4+\dots\dots\dots 3n(n+1)=n(n+1)(n+2)$

EXERCICE 8 :

1)Soit P(x)= $\frac{x^2-5x+7}{x-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de P

b)Déterminer les réels a, b, et c tels que P(x)= $ax+b+\frac{c}{x-2}$

2) Soit f(x)= $\frac{1}{x^2+4x+3}+\frac{x+2}{x^2+5x+4}$

a) Déterminer Df

b) Ecrire f(x) sous la forme $\frac{N(x)}{D(x)}$ puis résoudre f(x) = 0

EXERCICE 9 :

1. On considère le polynôme P défini par : $P(x)=4x^3-4\sqrt{2}x^2-x+\sqrt{2}$.

   Calculer $P\left(\sqrt{2}\right)$ puis mettre $P(x)$ sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré. Résoudre l'inéquation : $P(x)\leq 0$.

2. On considère la fraction rationnelle $f(x)=\dfrac{x^3+10x}{x^2-1}$.

   a) Déterminer son domaine de définition Df .

   b) Déterminer les 4 réels m, p, q et r tels que $f(x)=mx+p+\dfrac{qx+r}{x^2-1}$.

   c) Résoudre dans IR, l'équation : $f(x)=x+1$.

EXERCICE 10 :

Soit le polynôme P(x)= $-2x^3+ax^2+bx+6$

1)Déterminer les réels a et b pour que P(x) soit factorisable par le polynôme H(x)= x^2-x-2

2)Dans la suite on pose a=-1et b=7

a. Résoudre dans **IR**, l'inéquation P(x) ≥ 0

b. Résoudre dans **IR**, l'inéquation $\dfrac{-4x}{-x^2+x+2}\leq\dfrac{1}{2x-3}$