Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2018-2019 **Lycée :** Ndondol (Diourbel)	**DEVOIR DE MATHS N°2** **(1er Semestre)**	**Niveau** : TS2 **Professeur** :M. AMAR FALL

EXERCICE 1 : (1,5 pt)

Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes en justifiant votre réponse. Une réponse mal justifiée ou non justifiée vaut 0 point.

1. La fonction F définie par $F(x) = \frac{1}{2(2x^2-5x)^2}$ est une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \frac{4x-5}{(2x^2-5x)^3}$. **(0,75 pt)**
2. $i^{2019} = -i$ **(0,75 pt)**

EXERCICE 2 : (8,5 pts) Les questions 1) ; 2) et 3) sont indépendantes.

1. Vérifier que $(1+2i)^3 = -11-2i$. En déduire sous forme algébrique les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^3 + 11 + 2i = 0$. **(1,5 pt)**
2. Démontrer que $P(z) = 2z^3 + (-3-6i)z^2 + (9+11i)z - 4 - 4i$ admet une racine imaginaire pure. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. **(2 pts)**
3. Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm. Soient A et B des points tels que $z_A = \frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$; $z_B = -\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$. C est le symétrique de A par rapport à l'axe réel et D est le symétrique de A par rapport à l'axe des imaginaires purs.
   - **a)** Montrer que A appartient au cercle de centre O et de rayon 1. **(0,5 pt)**
   - **b)** Montrer que $(\vec{u}\,;\overrightarrow{OA}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. **(0,5 pt)**
   - **c)** Déduire des questions **a)** et **b)**, une construction précise du point A dans le plan complexe. **(0,5 pt)**
   - **d)** Justifier que A et B sont symétriques par rapport à O puis construire B. **(0,5 pt)**
   - **e)** Représenter C et D dans le plan complexe. **(0,5 pt)**
   - **f)** Montrer que $z_D = -z_C$. En déduire que D et C sont symétriques par rapport à O.**(0,5)**
   - **g)** Déduire des questions **d)** et **f)** que ACBD est un parallélogramme. **(0,25 pt)**

h) Donner une écriture exponentielle de z_A *et* z_C . **(0,5 pt)**

i) Montrer que $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_D}=\sqrt{3}\,i$. En déduire la nature du triangle DAC. **(1 pt)**

j) Déduire des questions **g)** et **i)** que ACBD est un rectangle. **(0,25 pt)**

PROBLEME : (10 pts) Soit f la fonction définie par $f(x)=-1+\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x}}$.

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$. **(0,75 pt)**

b. Vérifier que pour tout $x\in\,]1;+\infty[$, $f'(x)=\frac{-1}{2(x^2-x)\sqrt{x^2-x}}$. **(0,5 pt)**

c. Dresser le tableau de variations de f sur $]1;+\infty[$. **(1 pt)**

d. En déduire que $f(x)>0$ sur $]1;+\infty[$. **(0,5 pt)**

2. Soit g la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par $g(x)=1-\frac{1}{2}x+\sqrt{x^2-x}$

a. Justifier que $D_g=[1;+\infty[$. **(0,5 pt)**

b. Etudier la dérivabilité de g à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat. **(1 pt)**

c. Vérifier que pour tout $x\in\,]1;+\infty[$, $g'(x)=\frac{1}{2}f(x)$. **(0,5 pt)**

d. Dresser le tableau de variations de g. **(1,5 pt)**

e. Montrer que la droite $(D): y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ est une asymptote à C_g en $+\infty$. **(1 pt)**

f. Montrer que g réalise une bijection de $[1;+\infty[$ sur un intervalle J à déterminer. **(0,5 pt)**

g. Calculer $(g^{-1})'(1)$. **(1,25 pt)**

h. En admettant que (C_g) est en dessous de (D) sur $[1;+\infty[$, tracer (D) et (C_g) dans un repère orthonormé. **(1 pt)**

Tu peux ne pas empêcher d'être combattu mais tu peux éviter de te sentir vaincu et abattu. Dans la vie, il faut savoir qu'au moment où certaines mains t'applaudissent, d'autres te jettent des pierres et si certaines dents te sourient alors d'autres te mordent. Tu as l'obligation d'aimer les personnes qui t'aiment mais tu n'as pas besoin de détester les gens qui te haïssent. Le bruit de la mer ne perturbe jamais le sommeil du poisson donc les élucubrations des autres ne doivent pas te détourner de ton objectif.