Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2018-2019 **Lycée :** Ndondol (Diourbel)	**DEVOIR DE MATHS N°2** **(2nd Semestre)**	**Niveau** : TS2 **Professeur** :M. AMAR FALL

EXERCICE 1 : (6 pts) On considère la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ telle que $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_n = \left(1 - \frac{1}{2n}\right)u_{n-1} \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$

1. Vérifier que $u_{n+1} = \frac{2n+1}{2(n+1)}u_n$. **0,25 pt**
2. Montrer que $u_n > 0$ pour tout $n \geq 0$. **0,5 pt**
3. Montrer que $(u_n)_{n\geq 0}$ est strictement décroissante. **0,75 pt**
4. $(u_n)_{n\geq 0}$ est-elle convergente ? Justifier votre réponse. **0,75 pt**
5. Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ telle que $v_n = \sqrt{n+1}\, u_n$
   - **a.** Justifier que $v_n > 0$ pour tout $n \geq 0$. **0,25 pt**
   - **b.** Montrer que $(v_{n+1})^2 - (v_n)^2 = -\frac{3n+2}{4(n+1)^2}(u_n)^2$. **1 pt**
   - **c.** Déduire de **5.b)** que $v_{n+1} - v_n = -\frac{3n+2}{4(n+1)^2}(u_n)^2 \times \frac{1}{v_{n+1}+v_n}$. **0,75 pt**
   - **d.** Déduire de **5.c)** que $(v_n)_{n\geq 0}$ est strictement décroissante. **0,5 pt**
   - **e.** Démontrer que $u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$. **(On rappelle que toute suite décroissante est majorée par son 1er terme.)** **0,75 pt**
   - **f.** Déduire de **2)** et **5.e),** la limite de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$. **0,5 pt**

EXERCICE 2 : (4 pts)

Une urne contient quatre boules vertes numérotées de 1 à 4, deux boules jaunes numérotées 1 et 2 et trois boules rouges numérotées de 1 à 3. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Calculer les probabilités des événements suivants :

1. A : « tirer des boules de même couleur ». **1,5 pt**
2. B : « tirer des boules numérotées 2 ». **1 pt**
3. C : « tirer des boules de numéros pairs ». **1,5 pt**

Visiter notre site pour vous ressourcer en Maths-PC-SVT : www.Axloutoth.sn
Siège : Point E (DAKAR)

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION

PROBLEME : (10 pts)

Partie A : Soit g la fonction définie par $g(x) = e^x - x$.

1. Dresser le tableau de variations de g. **(On ne calculera pas les limites aux bornes de D_g.)** **0,5 pt**
2. Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$. **0,5 pt**

Partie B : Soit f telle que $f(x) = \begin{cases} e^x - \frac{1}{2}x^2 - 1 \text{ si } x \leq 0 \\ \ln(e^x - x) \quad \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. Justifier que $D_f = \mathbb{R}$. **0,75 pt**
2. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. **0,25 pt**

   b. Montrer que si $x > 0$ alors $f(x) = x + \ln(1 - xe^{-x})$. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **0,5 pt**

   c. Montrer que la droite $(\Delta): y = x$ est une asymptote à C_f en $+\infty$. **0,5 pt**

3. Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats. **1,5 pt**

4. Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f. **2 pts**

5. Tracer (Δ), les demi-tangentes au point d'abscisse 0 et C_f. **1,75 pt**

6. Démontrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J à préciser. **1 pt**

7. Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère que C_f. **0,75 pt**

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION

PENSEE :

Etre admiratif de quelqu'un ne doit pas être un motif pour être toujours affirmatif à son endroit. Ne mets pas trop en avant tes sentiments affectifs au point de ne pas voir ses actes négatifs. Sois toujours positif si tu veux être attractif. Ne sois pas trop évasif si tu veux être décisif. Sois actif si tu veux être productif. Le mal aussi primitif soit-il demeure toujours nocif. Tu dois privilégier le collectif si tu veux être de moins en moins fautif. Sois réceptif, attentif et créatif si tu veux que ton avis soit constructif et significatif. Ne sois pas naïf, passif, figuratif, régressif, craintif, oisif, agressif et poussif si tu veux un poste électif.

Visiter notre site pour vous ressourcer en Maths-PC-SVT : www.Axloutoth.sn
Siège : Point E (DAKAR)