



# Axlou Toth pour l'Innovation



Année Scolaire : 2018-2019 Lycée : Ndongol (Diourbel)	<b>DEVOIR DE MATHS N°1</b> (2 <sup>nd</sup> Semestre)	Niveau : TS2 Professeur : M. AMAR FALL
--	--	---

## EXERCICE 1 : (5 pts)

- $z = \frac{-i\sqrt{3}+1}{2}$ . Donner une écriture trigonométrique de  $z^3$ . (1 pt)
- Déterminer le module et un argument de  $U = 2 - 2ie^{-i\frac{\pi}{6}}$  et de  $V = 2 - \sqrt{3} - i(\sqrt{3} - 2)$ . (2)
- Soient A, B, C et D des points d'affixes respectives  $z_A = 8$ ,  $z_B = 8i$ ,  $z_C = z_A e^{i\frac{\pi}{3}}$  et  $z_D = z_B e^{i\frac{2\pi}{3}}$ 
  - Donner une écriture trigonométrique de  $z_A$ ,  $z_B$ ,  $z_C$  et  $z_D$ . (1 pt)
  - Montrer que A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. (1 pt)

## EXERCICE 2 : (5 pts)

$z_0 = 1 + i\sqrt{3}$  et soit l'équation (E) :  $z^5 = 16 - 16i\sqrt{3}$

- Donner une écriture trigonométrique de  $z_0$ . (0,5 pt)
- Montrer que  $z_0^5 = 16 - 16i\sqrt{3}$ . (1 pt)
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $z^5 = 1$ . En déduire dans  $\mathbb{C}$  les solutions de (E). (3,5 pts)

## PROBLEME : (10 pts)

### Partie A :

Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = x^2 + \ln x$

- Étudier le sens de variation de  $g$  puis dresser son tableau de variations. (1,5 pt)
- Montrer qu'il existe un unique réel  $\alpha$  tel que  $g(\alpha) = 0$  et que  $0,65 < \alpha < 0,66$ . (1 pt)
  - En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . (0,5 pt)

### Partie B :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 1 - x + \frac{1+\ln x}{x}$ .  $(C_f)$  est sa courbe dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 2 cm.

1. a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  puis en donner une interprétation graphique. **(0,5 pt)**  
b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . **(0,25 pt)**  
c. Montrer que  $(C_f)$  admet une asymptote oblique (D) en  $+\infty$  et étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à (D). **(1 pt)**
2. Etudier le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variations. **(1,25 pt)**
3. a. Montrer que  $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$ . **(0,5 pt)**  
b. Montrer que la fonction  $h$  définie par  $h(x) = 1 - 2x + \frac{1}{x}$  est décroissante sur  $]0; +\infty[$ . **(0,5 pt)**  
c. En déduire que  $f(\alpha) < h(0,65)$ . **(0,25 pt)**  
d. Montrer que  $h(\alpha) > f(0,65)$ . **(0,25 pt)**  
e. En déduire un encadrement de  $f(\alpha)$  à  $2 \cdot 10^{-2}$  près. **(0,5 pt)**
4. Calculer les coordonnées du point A de  $(C_f)$  où la tangente est parallèle à (D). Donner une équation de cette tangente (T). **(1 pt)**
5. Tracer (D), (T) et  $(C_f)$ . **(1 pt)**

**PENSEE :**

Si tu veux être doté d'un grand intellect, il faut commencer par être correct. Si tu ne veux pas de regrets alors ne fais pas le mal de ton gré. Etre discret ne doit pas t'empêcher d'être concret. Les décrets divins sont d'ordres secrets mais ton devoir c'est d'être prêt et de ne jamais observer d'arrêt.