Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2019-2020 **Lycée :** Cours d'Excellence d'Encadrement Scientifique de Axlou Toth	**Devoir N°1 du Premier Semestre**	**Niveau** : 1S2/D **Professeur** : M. Diallo & M. Sarr

Exercice 1 :

I) Résoudre dans ℝ les équations et inéquations suivantes

1) $2x+1-\sqrt{7x-5}=0$ 2) $\sqrt{2x^2-7x+4}=\sqrt{x^2+3x-4}$ 3) $\sqrt{5x+9}-\sqrt{x-4}$

4) $\sqrt{2x+3}\geq\sqrt{x-1}$ 5) $\sqrt{-x^2+x+1}\leq x-5$ 6) $\sqrt{2x+28}+x\geq 26$

II) Résoudre, suivant les valeurs du paramètre réel m l'inéquation suivante
$(4m+3)x^2-(3m-1)x+m-1\geq 0$

Exercice 2 :

Les racines x_1 *et* x_2 d'une équation du second degré vérifiant les relations suivantes

- $x_1+x_2-2x_1x_2=0$
- $mx_1x_2-(x_1+x_2)=2m+1$ *où* m est un paramètre réel

1) Former cette équation
2) Déterminer m pour que l'équation admet deux racines positives
3) On considère un triangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesures respectives x_1 *et* x_2
   Déterminer m pour que l'hypoténuse de ce triangle soit égale à $\sqrt{2}$

Exercice 3 :

1) Déterminer $P(x)$ un polynomes de degré 6, divisible par $(x+1)^3$ et tel que $1+P(x)$ soit divisible x^4 .

2) Déterminer le polynôme ax^7+bx^6+1 soit divisible $(x-1)^2$

3) Les restes respectifs des divisions d'un polynômes $P(x)\ par\ (x-1), par\ (x-5), par\ (x-2) sont\ +9, -39, +3$
   Déterminer $r(x)$ polynôme du second degré tel que $P(x)=(x-1)(x-5)(x-2)q(x)+r(x)$ où $q(x)$ est un polynôme qu'on ne demande pas de déterminer.

4) Montrer que si $x^3+px+q=0$ admet 3 solutions $a, b\ et\ c\ alors\ \ a+b+c=0$.

Exercice 4 :

Soit $P(x)=x^3-7x^2+15x-9$

1) Calculer $P(1)$ puis factoriser $P(x)$.

2) Résoudre $P(x) = 0$, $P(x) \geq 0$.
3) Déduire des questions précédentes les solutions de ;
   $P(x+2) = 0, P(x^2 + x) = 0$ et $P(3x+2) \geq 0$

Exercice 5 :

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ et $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des réels tels que $a \neq 0$.

1) Montrer que si $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x - \alpha)Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme alors α est une racine $P(x)$.
2) On se propose d'établir la réciproque
   a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) - P(\alpha) = a(x^3 - \alpha^3) + b(x^2 - \alpha^2) + c(x - \alpha)$.
   b) En déduire que $P(x) - P(\alpha)$ est factorisable par $(x - \alpha)$.
   c) Montrer alors que si α est racine de $P(x)$ alors $P(x)$ est factorisable par $(x - \alpha)$.
3) Déduire de ce qui précède que $P(x)$ est factorisable par $(x - \alpha)$ si et seulement si α est une racine de $P(x)$
4) On suppose que α est une racine $P(x)$. Déterminer en utilisant la question **2) c)** le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x - \alpha)Q(x), \forall x \in \mathbb{R}$
5) **Application :** On donne $a = -3, b = -2, c = 0$ et $d = -1$.

a) Montrer que -1 est une racine de $P(x)$.
b) En utilisant la question 4) factoriser $P(x)$.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) > 0$.

Pensée : « Il n'est pas de mathématiques sans larmes »