



# Axlou Toth pour l'Innovation



Année Scolaire : 2019-2020 Lycée : Ndongol (Diourbel)	<b>DEVOIR DE RATTRAPAGE</b> (1 <sup>er</sup> Semestre)	Niveau : Seconde S Professeur : M. AMAR FALL
--	---	---

## EXERCICE 1 : (6 pts)

- Ecrire le nombre réel  $A = \frac{0,81 \times 0,36 \times 2560}{0,144 \times 2,16 \times 64}$  sous la forme d'un produit de puissances de nombres premiers. (0,5 pt)
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation et l'inéquation suivante :
  - $|-2x + 6| + |3x - 6| + |-x + 1| = 3$  (1,25 pt)
  - $4 - 3|2x - 1| \geq -2$  (0,75 pt)
- On donne  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 
  - Exprimer  $x^2$  en fonction de  $x$ . (0,75 pt)
  - En déduire une écriture simplifiée de  $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}}$  (0,75 pt)
- Développer et réduire l'expression  $(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)$ . (0,5 pt)
  - En déduire que si  $x \neq 1$  alors  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 = \frac{1-x^6}{1-x}$  (0,5 pt)
  - En déduire une écriture sous forme de fraction irréductible de  $B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243}$  (1 pt)

## EXERCICE 2 : (4,5 pts)

- Soient  $x$  et  $y$  des réels strictement positifs.
  - Démontrer que  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ . (0,5 pt)
  - En déduire que  $\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{y^4}{x^4} + \frac{y^6}{x^6} + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{x^4}{y^4} + \frac{x^6}{y^6} \geq 8$  (1 pt)
  - Démontrer que  $\frac{1}{x+y} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ . En déduire que  $\frac{xy}{x+y} < x + y$ . (1 pt)
- Soient  $x$  et  $y$  tels que :  $\frac{5}{3} \leq x \leq 5$  et  $-2 \leq y \leq -1$ . Encadrer  $-3x + 2y$  et  $xy$ . (1,25 pt)
- Ecrire l'appartenance suivante en termes de distance :  $2x - 1 \in [4; 7]$  (0,75 pt)

**EXERCICE 3 : (4 pts)**

Soient  $a, b$  et  $c$  des réels tels que  $a + b + c = 1$

1. Montrer que  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + 2abc)$  (1 pt)
2. Montrer que  $a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + 2abc = (a + b)(a + c)(b + c)$ . (0,75 pt)
3. Dédire des questions précédentes que  $a^3 + b^3 + c^3 = 1 + 3(a - 1)(b - 1)(c - 1)$ . (1,25 pt)
4. En utilisant 3), résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(4x + 3)^3 + (2x - 5)^3 + (-6x + 3)^3 = 1$  (1 pt)

**EXERCICE 4 : (5,5 pts)**

Soit ABCD un parallélogramme. I, J sont les milieux de  $[AB]$  et  $[CD]$ . On définit les points M et N

par  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

1. Faire une figure. (1,5 pt)
2. Exprimer  $\overrightarrow{IM}$  et  $\overrightarrow{ID}$  en fonction  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . (2 pts)
3. En déduire que M, I et D sont alignés. (2 pts)

PENSEE :

**Un petit théorème peut valoir mieux qu'un long discours.**