



# Axlou Toth pour l'Innovation



## DEVOIR WEEK-END N°1

### Exercice 1 :

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels

Démontrer que :

$$1) x - 1 < E(x) \leq x \quad 2) E(x + y) \geq E(x) + E(y) \quad 3) -\frac{1}{2} \leq x - E\left(x + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$$

a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$1^\circ) E(|-2x + 3|) = 9 \quad 2^\circ) |5x - 7| > 3$$

b) Montrer que si  $a, a', b, b', c$  et  $c'$  sont positifs tels que :  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ , alors

$$\sqrt{aa'} + \sqrt{bb'} + \sqrt{cc'} = \sqrt{(a + b + c)(a' + b' + c')}.$$

### Exercice 2 :

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral de côté  $4 \text{ cm}$ . Soit  $D$  le point tel que  $3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$

- 1) Montrer que  $D$  est le barycentre des points  $A, B$  et  $C$  affectés de coefficients que l'on précisera.
- 2) Soit  $I$  le milieu de  $[AC]$ 
  - a) Montrer que  $D$  est le barycentre de  $(B, -1)$  et  $(C, 4)$
  - b) En déduire une construction de  $D$
- 3) Soit  $G$  le centre de gravité du triangle  $ABC$ 
  - a) Exprimer  $G$  comme le barycentre des points  $A, B$  et  $C$
  - b) Déterminer et construire l'ensemble des points du plan tels que :  $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

### Exercice 3 :

On considère de le plan trois points non alignés  $A, B$  et  $C$  ;  $I, J$  et  $K$  les milieux respectifs des segments  $[BC], [AC]$  et  $[AB]$ .

On désigne par  $O$  le centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$  ;  $G$  son centre de gravité et par  $a, b$  et  $c$  les longueurs respectives des segments  $[BC], [AC]$  et  $[AB]$ ,

1°/ Faire une figure.

2°/ Soit H le point défini par :  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ .

a) Montrer que  $\vec{AH} = 2\vec{OI}$ . En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

b) Montrer que aussi que (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

c) Que représente alors le point H pour le triangle ABC ?

d) A l'aide de la relation  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$  montrer que les points O, H et G sont alignés.

3°/ Soit M le pied de la bissectrice issue de A. On mène par C la parallèle à la droite (AM) elle coupe la droite (AB) en D.

a) Montrer que  $b\vec{MB} + c\vec{MC} = \vec{0}$

b) Que représente alors le point M ?

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION