



Axlou Toth pour l'Innovation



DEVOIR WEEK-END N°3

Exercice 1 :

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes

a) $\sqrt{(-2x+3)^2} \leq 6$ b) $|3x+2| > 4$ c) $\frac{2x-1}{-x+1} < -3$ d) $|x+1| +$

$| -x+2| = 5$

e) $|2x-3| = x-1$ f) $3 \leq | -x+3| \leq 7$

Exercice 2 :

Soient trois réels a, b et c de l'intervalle $]0,1]$.

Montrer que :

$$a + b + c + \frac{1}{abc} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + abc$$

Exercice 3 :

Démontrer que si $2x + 4y = 1$ alors $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}$

Exercice 4 :

Soit n un entier naturel non nul

1) Prouver que $\sqrt{2n-1} \times \sqrt{2n+1} < 2n$. En déduire que $\frac{2n-1}{2n} < \frac{\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1}}$

2) Démontrer que : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

Exercice 5 :

1) Démontrer que quels que soient x et y strictement positifs, on a :

$$\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy} \text{ et } \frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

2) En déduire que quels que soient les réels a, b , et c strictement positifs, on a :

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a + b} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{a + c} + \frac{\sqrt{c} + \sqrt{b}}{c + b} \leq \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}}$$

3) Montrer que : $x^2 + 1 \geq 2x$ puis que $\forall x, y$ et z des réels positifs, on a :
 $(x^2 + 1) + (y^2 + 1)(z^2 + 1) \geq 8xyz$

Exercice 6 : SAF SAP

Montrer que :

$$\frac{2017}{2018} + \frac{2018}{2017} + \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2018} \geq 2$$

Récréation mathématique :

« Si six chats chopent six souris en six secondes Chats chopent cent souris en cent secondes »

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION