



# Axlou Toth pour l'Innovation



## DEVOIR WEEK-END N°3

### Exercice 1 :

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes

a)  $\sqrt{(-2x+3)^2} \leq 6$  b)  $|3x+2| > 4$  c)  $\frac{2x-1}{-x+1} < -3$  d)  $|x+1| +$

$|-x+2| = 5$

e)  $|2x-3| = x-1$  f)  $3 \leq |-x+3| \leq 7$

### Exercice 2 :

Soient trois réels  $a, b$  et  $c$  de l'intervalle  $]0,1]$ .

Montrer que :

$$a + b + c + \frac{1}{abc} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + abc$$

### Exercice 3 :

Démontrer que si  $2x + 4y = 1$  alors  $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}$

### Exercice 4 :

Soit  $n$  un entier naturel non nul

1) Prouver que  $\sqrt{2n-1} \times \sqrt{2n+1} < 2n$ . En déduire que  $\frac{2n-1}{2n} < \frac{\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1}}$

2) Démontrer que :  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

### Exercice 5 :

1) Démontrer que quels que soient  $x$  et  $y$  strictement positifs, on a :

$$\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy} \text{ et } \frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

2) En déduire que quels que soient les réels  $a, b$ , et  $c$  strictement positifs, on a :

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a + b} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{a + c} + \frac{\sqrt{c} + \sqrt{b}}{c + b} \leq \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}}$$

3) Montrer que :  $x^2 + 1 \geq 2x$  puis que  $\forall x, y$  et  $z$  des réels positifs, on a :  
 $(x^2 + 1) + (y^2 + 1)(z^2 + 1) \geq 8xyz$

**Exercice 6 : SAF SAP**

Montrer que :

$$\frac{2017}{2018} + \frac{2018}{2017} + \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2018} \geq 2$$

**Récréation mathématique :**

« Si six chats choppent six souris en six secondes ..... Chats  
choppent cent souris en cent secondes »

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION