Axlou Toth pour l'Innovation

pour l'innovation

DEVOIR WEEK-END N°1

Exercice 1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes
   a) $|3x+4| = x-1$ b) $|2x-3| + |5-4x| = 2$ c) $2 < |2-x| \leq 4$
2) Soit $A = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$. Calculer A^2 et en déduire une valeur simplifiée de A
3) Soit α tel que $2 \leq \alpha \leq 5$, encadrer $X = -\frac{2}{\alpha} - 1$. En déduire une valeur approchée de X en précisant l'incertitude.

Exercice2 :

Soit $a\ et\ b$ deux réels strictement positifs

1) Montrer que $2ab \leq a^2 + b^2$ et en déduire que $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
2) Montrer que $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ et en déduire que $4ab \leq (a+b)^2$
3) Déduire des questions précédentes que $\frac{4a^2b^2}{(a+b)^2} \leq ab$ puis $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$
4) Déduire des questions précédentes que : $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$
5) En déduire un encadrement de $\sqrt{10}$

Exercice 3 :

1) Développer $(a+b+c)^2$
2) Montrer que $a, b\ et\ c$ sont non nuls, montrer que si $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ alors $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Exercice 4 :

Soit trois réels $a, b\ et\ c$ tels que $ab + bc + ca = 0$

Calculer la somme $S = \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c}$

Pensée : « Il n'est pas de mathématiques sans larmes »