



Axlou Toth pour l'Innovation



Année Scolaire : 2018-2019
Lycée : Ndongol (Diourbel)

SÉRIE D'EXERCICES N°8
Equations différentielles

Niveau : TS2
Professeur : M. AMAR FALL

EXERCICE 1 : (Bac 2008)

- Soient les équations différentielles $(E_0): y' + y = 0$; $(E): y' + y = e^{-x} \cos x$ et la fonction h définie par $h(x) = (a \cos x + b \sin x)e^{-x}$.
 - Trouver les réels a et b pour que h soit solution de (E) .
 - Démontrer que f est solution de (E) si et seulement si $f-h$ est solution de (E_0) .
 - Résoudre (E_0) .
 - Déduire des questions précédentes les solutions de (E) .
 - Déterminer la solution g de (E) telle que $g(0) = 0$.
- Soit L la fonction définie par $L(x) = e^{-x} \sin x$.
 - Exprimer $\cos(x + \frac{\pi}{4})$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.
 - Etudier les variations de L sur $[0; 2\pi]$.
 - Calculer $\int_0^{2\pi} L(x) dx$.

EXERCICE 2 :

On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 4y' + 4y = 0$

- Résoudre (E) dans \mathbb{R} .
- Déterminer la solution g de (E) dont la courbe passe par le point $A(\frac{0}{1})$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -x + 3$.
- Déterminer une primitive de g à l'aide de (E) .

EXERCICE 3 :

Le but de cet exercice est de calculer $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left[\sin(2x) + e^{-x} \cos(x - \frac{\pi}{4}) \right] dx$ à l'aide d'une équation différentielle.

- Résoudre l'équation différentielle $(E): y'' + 2y' + 2y = 0$.

2. On considère l'équation différentielle (E') : $y'' + 2y' + 2y = 4 \cos(2x) - 2 \sin(2x)$.

a. Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par

$$g(x) = a \cos(2x) - b \sin(2x) \text{ soit solution de (E').}$$

b. Démontrer que f est solution de (E') si et seulement si f-g est solution de (E).

c. En déduire la forme générale des solutions de (E').

d. Vérifier que la solution h de (E') telle que $h(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $h'(0) = 2$ est

$$h(x) = \sin(2x) + e^{-x} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

e. Utiliser (E') pour trouver une primitive H de h puis en déduire la valeur de I.

Pensée :

Ce n'est parce que tu as une posture présidentielle que tu dois toujours imposer des duels. Avoir un poste ministériel ne fera pas de toi un immortel. Pinailler sur l'immensité du ciel est trop cruel. Si tu n'as jamais lu aucun manuel alors tu seras souvent considéré comme une passerelle. Mademoiselle, tu as le droit de te faire belle comme une gazelle mais en restant toujours naturelle. L'être providentiel c'est celui qui fait l'essentiel et qui vit dans le réel. Si tu ne penses qu'à satisfaire tes désirs charnels alors tu ne seras jamais un prix nobel. Si nous conjuguons nos efforts mutuels alors nous verrons vite le bout du tunnel et nous éviterons les querelles. Ce n'est pas parce qu'il est sous sa tutelle que tu dois le considérer comme un bordel. Ta situation actuelle n'est pas toujours le bon référentiel qui révèle tes qualités éventuelles. Ne dis pas la vérité pêle-mêle ni de façon partielle. Certes, la vérité n'est pas comme du miel et elle est parfois plus salée que le sel mais l'accepter est toujours une source de bienfaits qui en vaut toujours la chandelle. Pour avoir une âme pure, il faut accepter certains sévices corporels.