Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2018-2019 **Lycée :** CDM (Saint-Louis)	**SÉRIE D'EXERCICES** **Transformations planes**	**Niveau** : TS1 **Professeur** : M. DiamBa

Exercice 1 :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). (Δ) désigne la première bissectrice et r le quart de tour direct de centre O.

1. Quelles sont les expressions analytiques de $S_{(OI)}$ et S_Δ ?
2. En déduire l'expression analytique de r.

Exercice 2 :

1. ABCD est un rectangle. Déterminer, dans chacun des cas suivants, la droite (Δ) telle que :
   a) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_\Delta \circ S_{(AD)}$ b) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(AD)} \circ S_\Delta$ c) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)} \circ S_\Delta$.
2. ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre O.
   2.1) Déterminer, dans chacun des cas suivants, la droite (Δ) telle que :
   a) $r\left(A,\frac{\pi}{3}\right) = S_\Delta \circ S_{(AB)}$ b) $r\left(A,\frac{\pi}{3}\right) = S_{(OA)} \circ S_\Delta$ c) $r\left(O,\frac{2\pi}{3}\right) = S_\Delta \circ S_{(OA)}$.
   2.2) Déterminer les applications suivantes :
   a) $r\left(B,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(C,\frac{\pi}{3}\right)$ b) $r\left(B,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(A,-\frac{\pi}{3}\right)$ c) $r\left(C,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(O,\frac{2\pi}{3}\right)$
   d) $r\left(A,\frac{\pi}{3}\right) \circ t_{\overrightarrow{AB}}$ e) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(A,\frac{\pi}{3}\right)$ f) $r\left(C,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(B,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(A,\frac{\pi}{3}\right)$
3. ABCD est carré de sens direct et de centre O.
   Déterminer les applications suivantes :
   a) $r\left(A,\frac{\pi}{4}\right) \circ r\left(B,\frac{\pi}{4}\right)$ b) $r\left(A,\frac{\pi}{2}\right) \circ r\left(B,\frac{\pi}{2}\right)$ c) $r\left(A,\frac{\pi}{2}\right) \circ r\left(B,-\frac{\pi}{2}\right)$
   d) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(B,\frac{\pi}{4}\right)$ e) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(O,\frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{CD}}$ f) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(B,\frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{BA}}$

Exercice 3:

ABC est un triangle équilatéral de sens direct, inscrit dans le cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [AD].

1. Démontrer que la transformation f = $S_{(BD)} \circ S_{(AC)}$ est une rotation dont on précisera le centre I et l'angle.
2. Démontrer que la transformation g = $S_{(CD)} \circ S_{(AB)}$ est une rotation dont on précisera le centre J et l'angle.
3. Démontrer que le triangle AIJ est équilatéral.
4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation gof.

Exercice 4 :

ABC est un triangle de sens direct. Les points D, E et F sont tels que les triangles BCD, AEB et CFA sont équilatéraux directs. Préciser la nature de la transformation T=$r\left(B,\frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(A,-\frac{\pi}{3}\right)$ et utiliser T pour démontrer que AEDF est un parallélogramme.

Exercice 5 :

ABC est un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par ($\mathscr{C}$) le cercle circonscrit à ABC et O son centre. La médiatrice de [BC] coupe ($\mathscr{C}$) en A et D. On note A' le point d'intersection des droites (BD) et (AC).

1. Démontrer que A' est le symétrique de A par rapport à C.
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes : $S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$; $S_{(CA)} \circ S_{(AB)}$; $S_{(DC)} \circ S_{(CA)}$.
3. On note $f = S_{(BD)} \circ S_C \circ S_{(AB)}$.
   a) Déterminer f(A) puis la nature et les éléments caractéristiques de f.
   b) En déduire la nature de la transformation $S_{(BD)} \circ S_C$.

Exercice 6 : Soit h l'homothétie de centre O et de rapport – 2, h' l'homothétie de centre O' et de rapport $\frac{1}{2}$.

1. Démontrer que h'oh est la symétrie de centre I tel que : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OO'}$.
2. Déterminer la transformation hoh'.

Exercice 7 :

ABCD est carré de sens direct et de centre I, (Γ) est le cercle passant par A, B, C et D. On note : • t la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ • R_D la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{2}$

• R_1 la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{4}$ • R_2 la rotation de centre A et d'angle $\frac{3\pi}{4}$

On se propose de déterminer les éléments caractéristiques des transformations :

$f = toR_D$; $g_1 = R_1of$; $g_2 = R_2of$.

1. Démontrer que f, g_1 et g_2 sont des rotations, dont on précisera les angles.
2. a) Déterminer f(D) et f(A). Quel est le centre de f ?
   b) Déterminer $g_1(D)$ et $g_2(D)$.
3. Soit $A'_1 = g_1(A)$ et $A'_2 = g_2(A)$.
   a) Démontrer, en utilisant $g_2 o g_1^{-1}$, que A est le milieu du segment $[A'_1A'_2]$.
   b) Démontrer, en déterminant une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'_1}\right)$, que A'_1 est sur la tangente en A à (Γ).
4. a) Soit J le centre de g_1 et K celui de g_2. Démontrer J et K appartiennent à (Γ) et sont diamétralement opposés. Placer J et K sur la figure
   b) Démontrer que A'_1 est sur la droite (JB). Placer A'_1 et A'_2 sur la figure.

Exercice 8 :

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M(x ; y) associe le point M'(x' ; y') tel que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{13}(5x - 12y + 24) \\ y' = \frac{1}{13}(-12x - 5y + 36) \end{cases}$$

1-) Démontrer que fof = Id.
2-) Démontrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite $\mathscr{D}$ à préciser
3-) Soit M un point du plan et M' son image par f.

a) Démontrer que le milieu de [MM’] appartient à $\mathscr{D}$.

b) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe, orthogonale à celle de $\mathscr{D}$.

c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.