Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2018-2019 **Lycée :** Kébémer (LOUGA)	**SÉRIE D'EXERCICES** **PRIMITIVES**	**Niveau** : TS2 **Professeur** : M. KEBE

EXERCICE 1 :

Déterminer les primitives, en précisant sur quel(s) intervalle(s) elles sont définies, des fonctions suivantes :

1°) $f : x \mapsto x^3 - 2x + 1$ 2°) $f : x \mapsto \sin 2x - 2\cos 2x$ 3°) $f : x \mapsto \dfrac{2}{x^2} - \dfrac{3}{x^3}$

4°) $f : x \mapsto \dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$ 5°) $f : x \mapsto \dfrac{4x+3}{(2x^2+3x+1)^3}$ 6°) $f : x \mapsto \dfrac{1-x}{(x^2-2x+3)^2}$

7°) $f : x \mapsto \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ 8°) $f : x \mapsto \dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x+2}}$ 9°) $f : x \mapsto \sin x \cos^3 x$

10°) $f : x \mapsto \sin 3x$ 11°) $f : x \mapsto \dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$ 12°) $\dfrac{\tan x}{\cos^2 x}$ 13°) $f : x \mapsto \left(\dfrac{x}{x^4+1}\right)^3$

14°) $f : x \mapsto x\cos x^2$ 15°) $f : x \mapsto 2x\,(x^2-1)^5$ 16°) $f : x \mapsto \dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 17°) $f : x \mapsto \tan^2 x$

17°) $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 18°) $f : x \mapsto \tan x + \tan^3 x$ 19°) $f : x \mapsto 1 + \dfrac{1}{\tan^2 x}$ 20°) $f : x \mapsto \cos^3 x$

EXERCICE 2 : Condition initiale

Déterminer la primitive F vérifiant $F(x_0) = y_0$ pour chacune des fonctions f définies par :

1°) $f(x) = (2x-1)^3$ et $F(0) = 0$.

2°) $f(x) = (2x-1)(x^2 - x + 1)^4$ et $F(1) = 1$.

3°) $f(x) = \dfrac{x}{(x^2-1)^2}$ et $F(2) = 0$.

4°) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x+8}}$ et $F(2) = 4$.

EXERCICE 3 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \sin x + x\cos x$.

En posant $u(x) = \sin x$ et $v(x) = x$, montrer que $f(x)$ se met sous l'une des formes remarquables du tableau des primitives donné dans le cours.

En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2°) Soit $g(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$. On pose : $u(x) = \cos x$ et $v(x) = \sin x$.

Montrer que $g(x)$ se met sous l'une des formes remarquables du tableau des primitives donné dans le cours.

En déduire une primitive de g sur $]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$.

3°) S'inspirer de ce qui précède pour déterminer une primitive des fonctions suivantes sur des intervalles que l'on précisera.

$h : x \mapsto \frac{x\cos x - \sin x}{x^2}$ $\quad$ $k : x \mapsto \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}$ $\quad$ $m : x \mapsto \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$.

EXERCICE 4

On considère la fonction f telle que : $f(x) = a\cos x + b\cos^3 x$.

1°) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.

2°) Comparer $f(x)$ et $f''(x)$.

3°) En déduire les primitives de f .

EXERCICE 5 : **La forme $u'\sqrt{u}$**

1°) Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I .

Montrer que la fonction $\frac{2}{3}u\sqrt{u}$ est une primitive sur I de la fonction $u'\sqrt{u}$.

2°) *Application* : Déterminer dans chacun des cas suivants une primitive de f sur I .

a) $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ $\quad I = \mathbb{R}$ $\qquad$ b) $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ $\quad I =]-1 ; 1[$.

EXERCICE 6 : **Une primitive de $x^n\sqrt{x}$**

On considère la fonction $f_n : x \mapsto x^n\sqrt{x}$, pour n entier, $n \geq 1$.

1°) Montrer que f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$, et calculer $f_n'(x)$.

2°) En déduire une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de $x \mapsto x^n\sqrt{x}$, pour $n \geq 0$.

3°) *Application* Déterminer une primitive sur $]0 ; +\infty[$ des fonctions :

$x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto x\sqrt{x}$, $x \mapsto x^2\sqrt{x}$.

EXERCICE 7

1°) Déterminer une primitive sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ de la fonction : $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$.

2°) On considère la fonction G, définie sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ par : $G(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

Montrer que G est dérivable sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ et que : $G'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$.

3°) En déduire une primitive sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$, de la fonction : $f : x \mapsto \frac{1}{\cos^4 x}$.

EXERCICE 8 :

On se propose de calculer une primitive sur I de f , définie par : $f(x) = x^2 (x-1)^{2005}$

1°) Montrer qu'il existe trois réels a, b, c tels que : $x^2 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$.

2°) En déduire une primitive de f .

EXERCICE 9 :

Soient f, g et h les fonctions définies par :

$f(x) = x^2 \cos x$; $g(x) = x^2 \sin x$; $h(x) = -2x \cos x$.

1°) On pose $U = g - h$. Calculer les dérivées de g, h, U.

2°) En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 10 :

Les fonctions F et G suivantes sont-elles des primitives de la même fonction sur l'intervalle

$I =]1 ; +\infty[$?

$F(x) = \dfrac{5x^2 - 7x + 9}{3x - 1}$ $\quad G(x) = \dfrac{5x^2 - 16x + 12}{3x - 1}$

Le BAC, j'ai confiance !