pour l'innovation

AXLOU TOTH
POUR L'INNOVATION

ENTRAÎNMENT INTENSIF POUR LE BAC VERS LA MENTION

TERMINALES S2/D
EDITION 2022

EXERCICES ET PROBLÈMES DE SYNTHÈSES INCONTOURNABLES

300 EXERCICES
CORRIGÉS INTÉGRALEMENT, DÉTAILLÉS ET COMMENTÉS

- EXERCICES DE BASE
- EXERCICES CLASSIQUES
- EXERCICES DE REFLEXION
- 35 PROBLÈMES DE SYNTHÈSES
- EXTRAITS BACCALAURÉATS

78 192 84 64 / 78 117 74 33

WWW.AXLOUTOTH.SN

COLLECTION DEVENIR EXPERT EN MATHS

Mathématiques

ENTRAINEMENT INTENSIF POUR LE BAC
VERS LA MENTION

300 Exercices et Problèmes de Synthèses Corrigés Intégralement
TERMINALES S2/D

Moussa Diallo

AXLOU TOTH POUR L'INNOVATION
EDITIONS 2022

Avant Propos

Entraînement intensif pour le bac est, comme son nom l'indique, un outil conçu pour permettre aux lycéens en classe de terminale de préparer rigoureusement les devoirs et l'examen du baccalauréat.
En ce sens, les exercices nombreux, riches et variés offrent un entraînement complet pour toute l'année scolaire.
Ce livre peut être utilisé deux manières différentes :

- Soit comme outils de compréhension et de consolidations des fondamentaux du cours, pour l'élève qui éprouvent des difficultés pour certaines notions. La structure de chacun de ces chapitres permet une utilisation graduelle et "une progression en douceur". En effet chaque chapitre comporte des exercices :
  - ✓ de bases
  - ✓ classiques
  - ✓ de réflexions
  - ✓ des problèmes de synthèses
- Soit comme outils d'approfondissements et de révisions pour les brillants élèves. Les problèmes de synthèses à la fin de chaque chapitre, confèrent une manne importante de ressources pour tester son niveau ; les problèmes type bac regroupés dans le chapitre intitulé " Problèmes transversaux " vous familiarisent avec le sujet de mathématiques de l'examen final.

Bref, à vous qui êtes ambitieux cet ouvrage offre les clés d'une année de terminale réussie et la promesse d'aborder sereinement l'épreuve de mathématique du baccalauréat.
Ce travail est loin d'être parfait. Nous remercions tous ceux auront l'amabilité de nous transmettre leurs suggestions et critiques vraiment scientifiques.

Mathématiques

Table des Matières

Table des Matières

1

Limites et Continuité

1.1 Calcul de limites

Exercice 1: Techniques de calcul de limites

Étudiez les limites suivantes

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x-2}{x^2+4x-5}$
2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{-x^2-3x+4}{x^2-6x+5}$
3. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^3+3x^2+4x+3}{x^2+3x+2}$
4. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x-2}}{x-2}$
5. $\lim\limits_{x\to 3^+} \sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$
7. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x-6+\sqrt{x^2-2x}}{x-2}$
8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{3x}-3}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}$
9. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}$

Exercice 2: Techniques de calcul de limites

Étudiez les limites suivantes

1.
   - a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3x^2-1}{1-x^2}$
   - b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-2x^7+x-8}{x^2-x}$
   - c) $\lim\limits_{x\to +\infty} x-\sqrt{x}+2$
   - d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{2x^2+3x+1}-x+2$
   - e) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2-x-2}-x$
   - f) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{2x^2+x}-2x$
   - g) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+4x-1}}{2x-3}$
   - h) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{9x^2+4}-3x$
   - i) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1}$
   - j) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x+4}$
   - k) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{4x^2+3x-1}+2x-3$
   - l) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$
   - m) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}-x$
2. Étudier la limite en $-\infty$ et $+\infty$ de

$$f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-3x+2}.$$

(On pourra utiliser l'expression conjuguée.)

Exercice 3: Limites de fonctions trigonométriques

1 Calculer les limites trigonométriques suivantes

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{3x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2-x)}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin 3x}{1-\cos x}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^3}$

f) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\sin\dfrac{1}{x}$

g) $\lim\limits_{x\to 0} x^2\sin\dfrac{1}{x}$

h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+\sin^2 x}{1-\cos x}$

2 Calculer les limites suivantes en appliquant les changements de variables préconisés

a) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin(3x)}{1-2\cos x}$ (Poser $X = x-\dfrac{\pi}{3}$)

b) $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$ (Poser $X = x+\dfrac{\pi}{2}$)

Exercice 4: Théorème de Comparaison et d'Encadrement

1 Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ une fonction qui vérifie, pour tout $x\in\mathbb{R}, 1 < f(x) < 2$.
Calculer si possible les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)+x$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} xf(x)$

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+f(x)}{xf(x)}$

2 Soit f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{3+x}-\sqrt{x}$

a) Montrer que $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{3+x}+\sqrt{x}}$ puis qu'on a $\dfrac{3}{2\sqrt{3+x}} \leq f(x) \leq \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement

3 Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$ définie sur $\mathbb{R}^+$

a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}^+, x^2 \leq x^2+x+1 \leq (x+1)^2$ puis que $x \leq \sqrt{x^2+x+1} \leq x+1$

b) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}^{+*}, 1-\dfrac{1}{x+1} \leq f(x) \leq 1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

c) En déduire la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphique ce résultat.

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \dfrac{x^2+\cos x}{1+x^2}$

1 Déterminer $\mathbb{D}_f$, l'ensemble de définition de f.

2 Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R})\,|f(x)-1| \leq \dfrac{2}{1+x^2}$

3 a) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2}{1+x^2}$

b) Déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{4-x^2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

Étudier la limite de f aux bornes des intervalles de définition et en donner une interprétation graphique.

Exercice 7

On considère la fonction f sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ *par* $f(x)=\dfrac{2x^2-3x-3}{x-2}$

1. Déterminer les réels a, b *et* c tels que pour tout $x \neq 2, f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$
2. En déduire la limite de f en $+\infty$ *et* $-\infty$. Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
3. Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f
   Indiquer les équations des éventuelles asymptotes.
4. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(ax+b)$

1.2 Continuité

Exercice 8

On considère la fonction f définie par $f(2)=4$ et $f(x)=\dfrac{x^3-8}{x^2-x-2}$ si $x \neq 2$

1. Déterminer D_f
2. Montrer que f est continue en $x_0=2$
3. a) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}-\{-1\},\ f(x)=\dfrac{x^2+2x+4}{x+1}$
   b) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\,-1[$ et $]-1\,;\,+\infty[$

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(2)=-\dfrac{1}{2}$ et $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x^2-5|-1}$ si $x \neq 2$

1. Déterminer D_f puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. Montrer que f est continue en $x_0=2$

Exercice 10

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases} x-\sqrt{x-2} & \text{si} \quad x \geq 2 \\ \dfrac{2}{3-x} & \text{si} \quad x<2 \end{cases}$

1. a) Justifier que $D_f=\mathbb{R}$
   b) Montrer que f est continue en $x_0=2$
2. a) Justifier que f est continue sur $]-\infty\,;\,2[$ et $[2\,;\,+\infty[$
   b) En utilisant ce qui précède, montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

Exercice 11

Étudier la continuité des fonctions suivantes en x_0

1. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+4}{x-1} \\ f(1)=-3 \end{cases}$ $, x_0=1$
2. $f(x)=\begin{cases} 3-2x & \text{si} \quad x<0 \\ 2x+3+\sqrt{x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ $, x_0=0$
3. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{1-\sqrt{x^2+1}}, & \text{si} \quad x<0 \\ 1-\sqrt{|x^2-1|}, & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ $, x_0=0$

Exercice 12

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{-2x+6}-2}{x-1} & si\ x < 1 \\ \dfrac{x^2-x+1}{2x+1} & si\ x \geq 1 \end{cases}$

1 Montrer que f est continue sur $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

2 Etudier la continuité de f en 1

3 En déduire le domaine de continuité de f

Exercice 13

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(1) = \dfrac{4}{3} \\ f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+\sqrt{x}-2} \quad \text{si} \quad x \neq 1 \end{cases}$

1 a) Justifier que $D_f = \mathbb{R}^+$

b) Montrer que f est continue en $x_0 = 1$

2 a) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $[0\,;\,1[$ et $[1\,;\,+\infty[$

b) En utilisant ce qui précède, montrer que f est continue sur $\mathbb{R}^+$

Exercice 14

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-2x-3}{x-3} & si\ x < 3 \\ \sqrt{x^2+3x+1}-2x & si\ x \geq 3 \end{cases}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Montrer que la courbe (C_f) admet une asymptote oblique au voisinage de $(-\infty)$ et $(+\infty)$ que l'on déterminera.

2 a) Etudier la continuité de f en 3

b) Déterminer le domaine de continuité de f

Exercice 15

1 Déterminer la valeur du réel a pour que f soit continu en x_0

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ -ax^2+2x+3 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}, \quad x_0 = 1$$

2 Soit $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si} \quad x < -1 \\ x^2+px+q & \text{si} \quad -1 \leq x \leq 2 \\ -x+1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}, \quad x_0 = -1\,;\ x_1 = 2$

Déterminer les valeurs de p et q pour que f soit continue en -1 et en 2

Exercice 16

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x}-\sqrt{1+x^2}}{x-\sqrt{x}}$

1 Déterminer D_f le domaine de définition de f

2 Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3 Démontrer que f admet un prolongement par continuité en $x_0 = 1$ à déterminer

Exercice 17

I. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 - 9x + 27}{x-3}$

Montrer que f est prolongeable par continuité en 3. Donner alors ce prolongement

II. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x-2} & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

1 Déterminer la limite de f en 2. Conclure

2 La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 2

Exercice 18

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x-2} & \text{si} \quad x < 2 \\ \sqrt{x^2 + x + 3} - 2x & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1 Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

2 (a) Étudier la continuité de f en 2

(b) Déterminer le domaine de continuité de f

3 Étudier : $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{f(x) - f(2)}{x-2}$

1.3 Théorème des valeurs intérmédiares et Lecture graphique

Exercice 19

1 On donne le tableau de variations d'une fonction continue f définie sur $[-4; 7]$

x	-4	-2	0	3	5	7
f	-3	0	5	0	-2	-1

(a) Déterminer les extremums de f sur les intervalles : $[3; 7]; [-4; 3]$ et $[-2; 7]$

(b) Déterminer le signe de $f(x)$, i.e préciser pour quelles valeurs de x, $f(x)$ est positif où négatif. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.

2 On donne le tableau de variations d'une fonction continue g définie sur $\mathbb{R}$

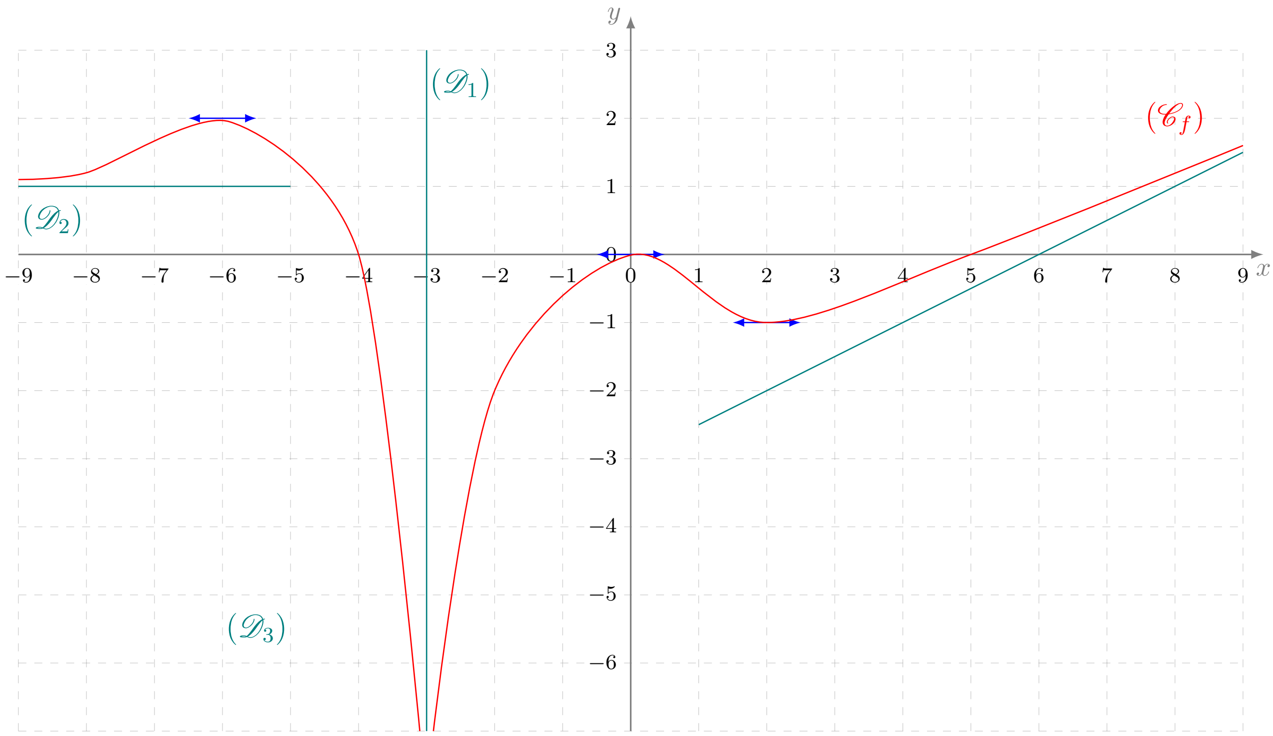
x	$-\infty$	-5	-3	2	4	$+\infty$
g	$+\infty$	4	0	1	0	$-\infty$

(a) Déterminer les extremum éventuels de g sur $[-5; 4]$ et $[-5; +\infty[$

(b) Déterminer le signe de $g(x)$ et dresser son tableau de signes.

Exercice 20

Soit f une fonction dérivable sur son domaine de définition et tel que sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ est comme suit



1 Déterminer $\mathscr{D}_f$ le domaine de la fonction f

2 Déterminer les limites suivantes :

a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

c $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$

d $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$

3 Déterminer les branches infinies de $(\mathscr{C}_f)$

4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) > 0$

6 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$

7 Dresser le signe de $f'(x)$

8 Dresser le tableau de variations

2

Dérivation et Primitives

2.1 Dérivabilité

Exercice 1

1. Etudier la dérivabilité des fonctions suivantes au point demandé (Revenir à la définition du nombre dérivée)

   a. $f(x) = x^2$ *en* $x = 3$
   b. $f(x) = \sqrt{x}$ *en* $x = 1$.
   c. $f(x) = |x|$ *en* $x = 0$.
   d. $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x^2}$ *en* $x = -1$

2. Étudier la dérivabilité de f en x_0, puis interpréter le résultat géométriquement :

   a. $f(x) = x^2 - 3x + 5 \quad x_0 = 1$
   b. $f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x_0 = -1$
   c. $f(x) = \sqrt{x+5} \quad x_0 = -4$

Exercice 2

1. Dans chacun des cas suivants, calculer la dérivée de la fonction f :

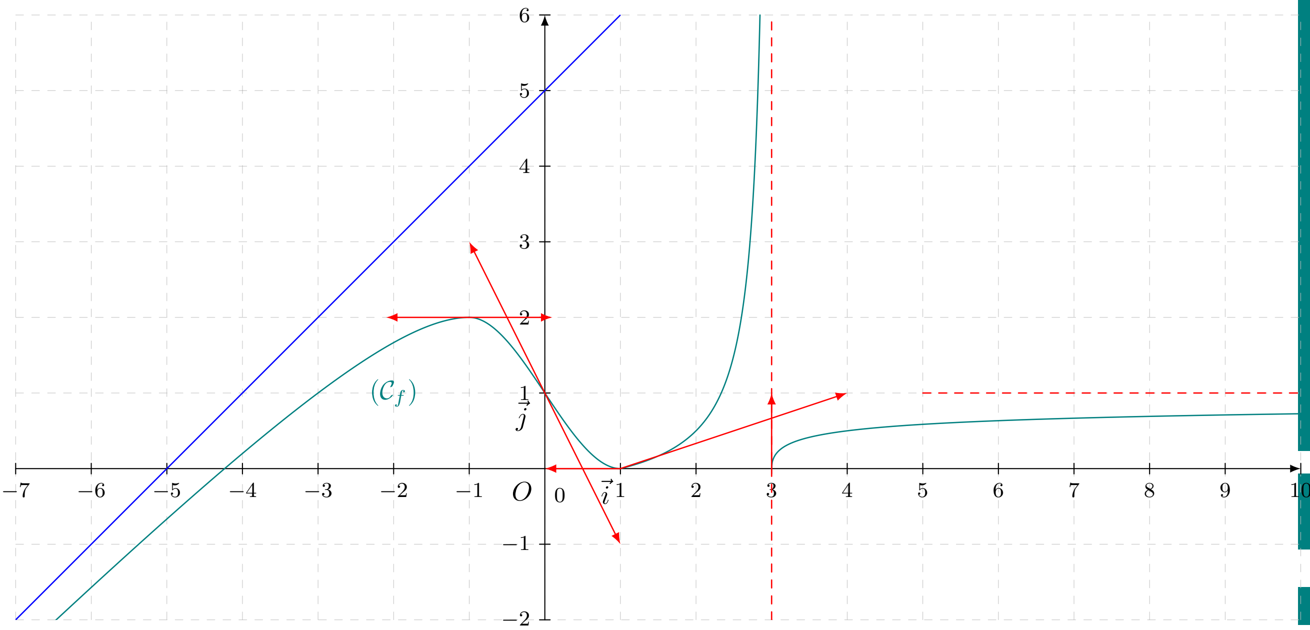
   a. $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$
   b. $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x-1}$
   c. $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$
   d. $f(x) = (x+1)(x^2+2)$
   e. $f(x) = x\sqrt{x}$
   f. $f(x) = x\sqrt{2x+1}$
   g. $f(x) = (x+1)\sqrt{x+1}$
   h. $f(x) = (x + \frac{1}{x})(x^2+1)$
   i. $f(x) = (3x-1)^3$

2. Calculer l'expression de dérivées des fonctions suivantes, en précisant l'ensemble de dérivabilité :

   a. $f_1(x) = \left(5x^3 - 4\right)^2$
   b. $f_2(x) = \sqrt{4x^2+4x+1}$
   c. $f_3(x) = \left(5x^3 - 3x + 2\right)^6$
   d. $f_4(x) = \left(\dfrac{1}{x+6}\right)^3$
   e. $f_5(x) = 2\sin(-3x+2) - \dfrac{4}{x}$
   f. $f_6(x) = (3x+5)\sqrt{x}$

5 Déterminer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-x-5$, $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{f(x)}{x-3}$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-5}{f(x)-1}$.

6 Que représente le point A pour la courbe $(\mathscr{C}_f)$?



Exercice 11

Soit $f : [-1; 4] \to \mathbb{R}$ une fonction continue. On suppose connu le tableau de variations de f.

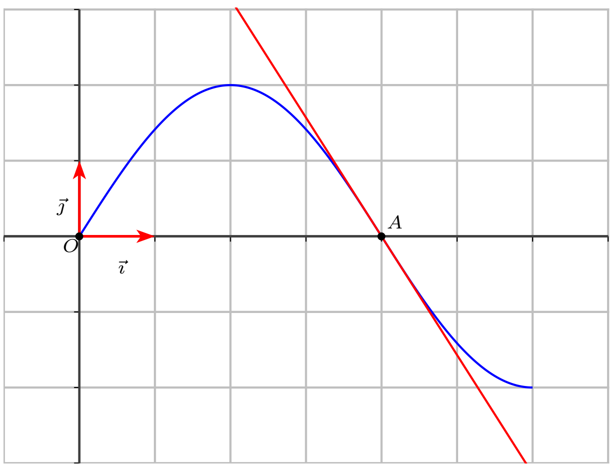
1 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[-1; 4]$ et que $\alpha \in [1; 4]$.

2 Dresser le tableau de signes de $f(x)$ en fonction de α

x	-1		0		1		4
f	-5	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3

Exercice 12: Lecture graphique

On a représenté (en traits pleins) la courbe $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur $[0; 6]$.
La tangente T (en pointillés) en $A(4; 0)$ à $\mathcal{C}$ passe également par $B(6; -3)$.
Elle a pour équation $y = ax + b$.
La courbe $\mathcal{C}$ possède deux tangentes horizontales.



1 Donner, sans justifier, les réponses aux questions suivantes :

a Résoudre $f(x) = 3$

b Donner le minimum de f

c Donner le tableau de signes de $f(x) - ax - b$.

2 On note f' la dérivée de f sur $[0; 6]$.

a Que vaut $f'(4)$? (justifier)

b Résoudre $f'(x) \geq 0$. Expliquer brièvement.

c Combien $f'(x) = 1$ a-t-elle de solution ? Expliquer brièvement.

3 Soit g une fonction paire définie sur $[-6; 6]$ telle que $g(x) = f(x)$ pour $x \in [0; 6]$.

a Donner le tableau de variations de g.

b Donner l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -4.

c La fonction g est-elle dérivable en 0 ? Expliquer en une phrase.

4 Une fonction F a pour dérivée f.

a Quelles sont les abscisses des points en lesquelles la courbe de F admet des tangentes horizontales ?

b Pour quelle(s) valeurs de x la fonction F est-elle maximale ? Expliquer.

Exercice 13

Soit la fonction f définie sur $[3; +\infty[$ par :$f(x) = x^2\sqrt{x-3}$

1 Etudier les variations de f

2 Montrer que l'équation $\sqrt{x-3} = \dfrac{4}{x^2}$ admet une unique solution réelle α dans $]3, +\infty[$

3 Montrer $3 < \alpha < 4$

Exercice 14 : Utilisation de la méthode de Dichotomie et Balayage

Soit $f : x \mapsto x^3 - 12x - 8$ définie sur $\mathbb{R}$

1 Déterminer la fonction dérivée et étudier son signe sur $\mathbb{R}$

2 Dresser le tableau de variations de la fonction (préciser les limites aux bornes)

3 Préciser les extréma et les tangentes horizontales éventuels Donner l'équation de la tangente à sa courbe au point d'abscisse 0

4 Montrer que l'équation $f(x) = -21$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-2; 2]$.

5 Déterminer, sans calculatrice, un encadrement de α entre deux entiers consécutifs.

6 Déterminer, avec calculatrice, un encadrement de α à 10^{-3}.

Exercice 15

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x^3 - 12x - 8$. On donne ci-dessous le tableau de variations et on admet que l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$: $\alpha \approx -3,1$ $\beta \approx -0,7$ *et* $\gamma \approx 3,8$

x	$-\infty$	α	-2	β	2	γ	$+\infty$
f	$-\infty$ ↗	0 ↗	8 ↘	0 ↘	-24 ↗	0 ↗	$+\infty$

1 Déterminer par lecture du tableau le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$ par $g(x) = \dfrac{x^3 + x^2}{x^2 - 4}$

2 Calculer $g'(x)$ et l'exprimer en fonction de $f(x)$

3 Déterminer le signe de $g(x)$ et le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$

(i) Il est clair que la limite présente une indétermination, pour lever celle-ci "multiplions et divisons par la quantité conjuguée" de l'expression.

$$\begin{aligned}
\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1} &= \frac{(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1})(\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1})}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}} = \frac{(\sqrt{x^2+x})^2-(\sqrt{x^2-1})^2}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}}\\
&= \frac{x^2+x-x^2-1}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}}\\
&= \frac{x(1+\frac{1}{x})}{x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)} = \frac{x(1+\frac{1}{x})}{x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}\\
&= \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}
\end{aligned}$$

Ainsi en passant à la limite on a $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{2}$

D'où $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1} = -\dfrac{1}{2}$

(j) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x+4} = \lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{1-\frac{2}{x}}-\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}\right) = +\infty$$

(k)
$$\begin{aligned}
\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+3x-1}+2x-3 &= \lim_{x\to-\infty}\frac{(\sqrt{4x^2+3x-1})^2-(2x-3)^2}{\sqrt{4x^2+3x-1}-2x+3}\\
&= \lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2+3x-1-4x^2+12x-9}{\sqrt{4x^2+3x-1}-2x+3}\\
&= \lim_{x\to-\infty}\frac{15x-10}{\sqrt{4x^2+3x-1}-2x+3}\\
&= \lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(15-\dfrac{10}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{4+\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}}-2+\dfrac{3}{x}\right)}\\
&= \lim_{x\to-\infty}\frac{15-\dfrac{10}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}}-2+\dfrac{3}{x}} = \frac{15}{-\sqrt{4}-2} = \frac{15}{-4} = \frac{-15}{4}
\end{aligned}$$

(l)
$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x} &= \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x\left(1+\sqrt{\frac{1}{x}}\right)}-\sqrt{x} = \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}}}-\sqrt{x}\\
&= \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}}}-1\right) = +\infty
\end{aligned}$$

(m)
$$\begin{aligned}
\lim_{x\to+\infty} x\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}-x &= \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)-x^2}{x\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)-x}{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{x^2+x}{x-1}-x}{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+1}\\
&= \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{x^2+x-x^2+x}{x-1}}{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{2x}{x-1}}{\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+1} = \frac{2}{2} = 1
\end{aligned}$$

2 Étudier la limite en $-\infty$ et $+\infty$ de $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-3x+2}$.

On a

$$\begin{aligned}
f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-3x+2} &= \frac{\left[\sqrt{x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-3x+2}\right]\times\left[\sqrt{x^2-4x+3}+\sqrt{x^2-3x+2}\right]}{\sqrt{x^2-4x+3}+\sqrt{x^2-3x+2}}\\
&= \frac{(x^2-4x+3)-\left[x^2-3x+2\right]}{\sqrt{x^2-4x+3}+\sqrt{x^2-3x+2}} = \frac{-x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}+\sqrt{x^2-3x+2}}\\
&= \frac{-x+1}{\sqrt{x^2}\times\sqrt{\left(1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)}+\sqrt{x^2}\sqrt{\left(1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}\right)}}
\end{aligned}$$

(b) Continuité de f sur $D_f =]-\infty; 2[\, \cup \,]2; +\infty[$

- La fonction $x \mapsto \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$ est une fonction rationnelle, donc elle est continue sur $\mathbb{R} - \{2\}$ en particulier sur $]-\infty; 2[$
- La fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 + x + 3} - x$ est définie sur $\mathbb{R}$ car $x^2 + x + 3 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ (vous pouvez le vérifier aisément) donc elle est continue sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $]2; +\infty[$

Conclusion : f est continue sur $]2; +\infty[$ et $] - \infty; 2[$ c'est à dire sur D_f

3

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{\frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} + 1}{x - 2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^3 - 3x - 2 + x - 2}{(x - 2)^2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^3 - 2x - 4}{(x - 2)^2}$$

$$= \lim_{x\to 2^-} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 2)}{(x - 2)^2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 2} = -\infty$$

Et $$\lim_{x\to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - 2x + 1}{x - 2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{\left[\sqrt{x^2 + x + 3} - (2x - 1)\right]}{(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + x + 3} + (2x - 1)\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2 + x + 3 - 4x^2 + 4x - 1)}{(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + x + 3} + (2x - 1)\right)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{-3x^2 + 5x + 2}{(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + x + 3} + (2x - 1)\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{-3(x - 2)\left(x + \frac{1}{3}\right)}{(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + x + 3} + (2x - 1)\right)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{-3\left(x + \frac{1}{3}\right)}{\sqrt{x^2 + x + 3} + 2x - 1} = -\frac{5}{8}$$

1.3 Théorème des valeurs intermédiaires et Lecture graphique

1.19 Solution

1 On donne le tableau de variations d'une fonction continue f définie sur $[-4; 7]$

x	-4	-2	0	3	5	7
f	-3 ↗	0 ↗	5 ↘	0 ↘	-2 ↗	-1

(a) Déterminer les extremums de f sur les intervalles : $[3; 7]; [-4; 3]$ et $[-2; 7]$

- Sur $[3; 7]$
  •f admet un minimum local en $x = 5$ (qui est égal -2).
  •f admet un maximum local en $x = 3 \, et \, x = 7$ (respectivement égal à 0 et -1)
- Sur $[-4; 3]$
  •f admet un minimum local en $x = -4 \, et \, \, enx = 3$(respectivement égal à $-3, 0$).
  •f admet un maximum local en $x = 0$ (égal à 5)
- Sur $[-2; 7]$
  •f admet un minimum local en $x = -2 \, et \, x = 5$ (respectivement égal $0 \, et \, -2$).
  •f admet un maximum local en $x = 0 \, et \, 7$ (respectivement égal $5 \, et \, -1$).

(b) Déterminer le signe de $f(x)$, i.e préciser pour quelles valeurs de $x, f(x)$ est positif où négatif.

- Sur $[-4; -2[, f(x) < 0$
- Sur $] - 2; 3[, f(x) > 0$
- Sur $]3; 7[, f(x) < 0$
- Ainsi $f(-2) = 0, f(3) = 0$
  Dressons le tableau de signes de $f(x)$.

x	-4		-2		3		7
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2.2 Solution

1 Calculons la dérivée de la fonction f :

(a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1\times(x+3)-(x-2)\times 1}{(x+3)^2} \\ &= \frac{x+3-x+2}{(x+3)^2} \\ &= \frac{5}{(x+3)^2} \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = \dfrac{5}{(x+3)^2}$

(b) On a : $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x-1}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x+1)(x-1)-(x^2+x+1).1}{(x-1)^2} \\ &= \frac{2x^2-2x+x-1-x^2-x-1}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}$

(c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1} = \dfrac{1}{u(x)}$ avec $u(x) = 1+x^2$.
Sa fonction dérivée est:

$$f'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)} = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

D'où $f'(x) = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$

(d) $f(x) = (x+1)(x^2+2) = u(x)v(x)$ avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = x^2+2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x)+u(x)v'(x) \\ &= 1\times(x^2+2)+(x+1)\times 2x \\ f(x) &= x^2+2+2x^2+2x \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = 3x^2+2x+2$

(e) $f(x) = x\sqrt{x} = x\times x^{1/2} = x^{3/2}$

$f'(x) = \dfrac{3}{2}x^{3/2-1} = \dfrac{3}{2}x^{1/2} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$

D'où $f'(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$

(f) On a : $f(x) = x\sqrt{2x+1} = u(x)v(x)$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{2x+1}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x)+u(x)v'(x) \\ &= \sqrt{2x+1}+x\times\frac{2}{2\sqrt{2x+1}} \\ &= \sqrt{2x+1}+\frac{x}{\sqrt{2x+1}} \\ &= \frac{2x+1+x}{\sqrt{2x+1}} \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = \dfrac{3x+1}{\sqrt{2x+1}}$

(g) Similaire à la question précédente.
$f'(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x+1}$

(h) On a : $f(x) = (x+\dfrac{1}{x})(x^2+1) = u(x)v(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x)+u(x)v'(x) \\ &= (1-\frac{1}{x^2})(x^2+1)+(x+\frac{1}{x})(2x) \\ &= x^2+1-1-\frac{1}{x^2}+2x^2+2 \\ &= 3x^2-\frac{1}{x^2}+2 \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = \dfrac{3x^4+2x^2-1}{x^2}$

(i) On a : $f(x) = (3x-1)^3 = u^3(x)$ avec $u(x) = 3x+1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3u'(x)u^2(x) = 3\times3\times(3x-1)^2 \\ &= 3\times3(3x-1)^2 = 9(3x-1)^2 \end{aligned}$$

D'où $f'(x) = 9(3x-1)^2$

2 Calculer l'expression de dérivées des fonctions suivantes, en précisant l'ensemble de dérivabilité :

(a) f_1 est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme et pour tout $x\in\mathbb{R}$ $f_1(x) = u^2(x)$ avec $u(x) = 5x^3-4$ et $f_1'(x) = 2u'(x)u(x) = 30x^2\left(5x^4-3\right)$.

(b) $f_2(x) = \sqrt{4x^2+4x+1}$
Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $4x^2+4x+1 = (2x+1)^2 \geq 0$ donc f_2 est définie sur $\mathbb{R}$. De plus d'après le cours, $x\mapsto\sqrt{u(x)}$ est dérivable sur un intervalle I si et seulement si $u(x)>0$ sur I, et comme $4x^2+4x+1$ s'annule exclusivement en $-\dfrac{1}{2}$ alors f_2 n'est pas dérivable en $-\dfrac{1}{2}$. Par conséquent f_2 est dérivable sur chacun des intervalles $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$ et $\left]-\dfrac{1}{2},+\infty\right[$. Et pour tout $x\in\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$ et pour tout $x\in\left]-\dfrac{1}{2},+\infty\right[$
$f_2 = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = 4x^2+4x+1$.

$$f_2'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{8x+4}{2\sqrt{4x^2+4x+1}}$$

$$f_2'(x) = \frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+1}}$$

a) Quelles sont les abscisses des points en lesquelles la courbe de F admet des tangentes horizontales ?
Si la courbe admet des tangentes horizontales à ses abscisses, alors les coefficients directeurs de celles-ci sont nulles donc la dérivée de la fonction y est nulle aussi.
En outre f s'annule en 0 et en 4. Finalement la courbe de F admet des tangentes horizontales en 0 et en 4.

b) Pour quelle(s) valeurs de x la fonction F est-elle maximale ? Expliquer.
• Sur $[0;4]$, $f(x) \geq 0$ donc F est croissante
• Sur $]4;6[$, $f(x) < 0$ donc F est décroissante.
Par conséquent F admet un maximum en 4.

2.13 Solution

1 Variations de f
f est dérivable sur $]3;+\infty[$ comme produits de deux fonctions dérivables sur cet intervalle et on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x\sqrt{x-3} + x^2\left(\frac{1}{2x\sqrt{x-3}}\right) = 2x\sqrt{x-3} + \frac{x^2}{2x\sqrt{x-3}} \\ &= \frac{4x(x-3)+x^2}{2x\sqrt{x-3}} = \frac{4x^2-12x+x^2}{2x\sqrt{x-3}} \\ &= \frac{5x^2-12x}{2x\sqrt{x-3}} = \frac{x(5x-12)}{2x\sqrt{x-3}} \end{aligned}$$

$\forall\, x \in]3;+\infty[$,$x > 3 \implies 5x > 15$ Donc $5x - 12 > 3 > 0$ et $x - 3 > 0$
D'où $f'(x) > 0$ sur $]3;+\infty[$ par suite f est croissante sur $]3;+\infty[$.

Ce qui conduit au tableau de variations suivant :

$f(3) = 3^2\sqrt{3-3} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2\sqrt{x-3} = +\infty$

x	3	α	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
f	0	4	$+\infty$

2 <u>$1^{\text{ére}}$ méthode</u>
On sait que : $\sqrt{x-3} = \dfrac{4}{x^2} \iff x^2\sqrt{x-3} = 4 \iff f(x) = 4$
f est continue et strictement croissante sur $]3;+\infty[$ donc elle réalise une bijection de $]3;+\infty[$ vers $f(]3;+\infty[)$=$[0;+\infty[$
Or $4 \in [0;+\infty[$ donc $\exists!\ \alpha \in [0;+\infty[$ tel que $f(\alpha) = 4$
Autrement dit $f(x) = 4$ ie $\sqrt{x-3} = \dfrac{4}{x^2}$ admet une unique solution α dans $]3;+\infty[$

<u>$2^{\text{éme}}$ méthode</u>
On peut remarquer que : $\sqrt{x-3} = \dfrac{4}{x^2} \iff f(x) - 4 = 0$
Étudions alors $g(x) = f(x) - 4$. Grâce au théorème des valeurs intermédiaires et au théorème de la bijection continue, on a le résultat

3 <u>$1^{\text{ére}}$ méthode</u>
Considérons la fonction g posée précédemment puis appliquons le théorème des valeurs intermédiaires sur $]3;4[$
g est continue sur $]3;+\infty[$ en particulier sur $]3;4[$ et de plus on peut vérifier facilement que $g(3)\times g(4) < 0$.
Le théorème des valeurs intermédiaires permet alors de conclure que $\alpha \in]3;4[$

<u>$2^{\text{éme}}$ méthode</u>
En calculant $f(3) = 0$,$f(\alpha) = 4$ et $f(4) = 16$
On remarque que $f(3) < f(\alpha) < f(4)$
Par croissance de la fonction, on a : $3 < \alpha < 4$

2.14 Solution

Soit $f : x \mapsto x^3 - 12x - 8$ définie sur $\mathbb{R}$

1 Déterminer la fonction dérivée et étudier son signe sur $\mathbb{R}$
la fonction $f : x \mapsto x^3 - 12x - 8$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme une fonction polynomiale et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x-2)(x+2)$$

Ainsi le trinôme $f'(x)$ a donc deux racines : -2 *et* 2; on déduit alors son signe. Nous avons le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2 Dresser le tableau de variations de la fonction (préciser les limites aux bornes)
D'après la question précédente nous avons le tableau de variation suivant. Le calcul des limites aux bornes est trivial

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	8	$\searrow$	-24	$\nearrow$	$+\infty$

3
- Précisons les extréma et les tangentes horizontales éventuels.
  Comme la dérivée de f s'annule en -2 et 2 alors la courbe de f admet deux tangentes horizontales aux points d'abscisses $(-2; 8)$ et $(2; -24)$.
  Par ailleurs f n'a pas de maximum sur $\mathbb{R}$ mais on dira que 8 est un maximum local ; de même, -24 est un minimum local
- Donnons l'équation de la tangente à sa courbe au point d'abscisse 0
  On a $(T_0) : y = f'(0)(x-0) + f(0) = -12x - 8 \Rightarrow (T_0) : y = 12x - 8$

4 Montrer que l'équation$f(x) = -21$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-2; 2]$.
Il est clair que f est continue et strictement décroissante sur l'intervalle $[-2; 2]$, et -21 est une valeur intermédiare entre $f(-2) = 8$ et $f(2) = -24$. On déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires , que l'équation $f(x) = -21$ admet une unique solution sur l'intervalle $-[2; 2]$

5 Déterminer, sans calculatrice, un encadrement de α entre deux entiers consécutifs.
Ainsi d'après la question précédente on $-2 < \alpha < 2$
En appliquant le principe de la dichotomie le centre de l'intervalle est 0.
Et $f(0) = -8 > -21 \Rightarrow f(0) \times f(2) < 0$ donc on déduit $0 < \alpha < 2$.
Le centre de l'intervalle $[0; 2]$ est 1 et $f(1) = -19 > -21 \Rightarrow f(1) \times f(2) < 0$ donc $1 < \alpha < 2$

6 Déterminer, avec calculatrice, un encadrement de α à 10^{-3}.
Dans cette question l'utilisation de la calculatrice sous entend l'application de la méthode de balayage.
Ainsi on affcihe avec la calculatrice un tableau de valeur allant de 1 par pas de $0,1$
On a $f(1.2) \approx -20,67$ et $f(1,3) \approx -21,4$ donc $1,2 < \alpha < 1,3$. on continue (en démarrant cette fois-ci à $1,2$ avec un pas de $0,01$)
De même $f(1,24) \approx -20,97$ et $f(1,25) \approx -21,05$ donc $1,24 < \alpha < 1,25$.
Finalement (en démarrant à $1,24$ avec un pas de $0,001$), $f(1,243) \approx -20,9955$ et $f(1,244) \approx -21,0029$ donc $1,243 < \alpha < 1,244$.
Il faut remarquer $1,244 - 1,243 = 0,001 = 10^{-3}$, finalement nous avons bel et bien un encadrement de α à 10^{-3}, d'où $1,243 < \alpha < 1,244$.

2.15 Solution

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x^3 - 12x - 8$. On donne ci-dessous le tableau de variations et on admet que l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$: $\alpha \approx -3,1$ $\beta \approx -0,7$ *et* $\gamma \approx 3,8$

x	$-\infty$		α		-2		β		2		γ		$+\infty$
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	8	$\searrow$	0	$\searrow$	-24	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

1 Déterminer par lecture du tableau le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$. Par lecture du tableau de variation nous avons :
$\bullet]-\infty; \alpha[, f(x) < 0$

pour l'innovation
AXLOU TOTH
POUR L'INNOVATION
ENTRAÎNMENT INTENSIF POUR LE BAC VERS LA MENTION
TERMINALES S2/D
EDITION 2022
EXERCICES ET PROBLÈMES DE SYNTHESES INCONTOURNABLES
300 EXERCICES
CORRIGÉS INTÉGRALEMENT, DÉTAILLÉS ET COMMENTÉS
EXERCICES DE BASE
EXERCICES CLASSIQUES
EXERCICES DE REFLEXION
35 PROBLÈMES DE SYNTHÈSES
EXTRAITS BACCALAURÉATS
WWW.AXLOUTOTH.SN
78 192 84 64 / 78 117 74 33
COLLECTION DEVENIR EXPERT EN MATHS
ENTRAINMENT INTENSIF
POUR LE BAC VERS LA MENTION
POUR VOS COMMANDES
MERCI DE NOUS CONTACTER AU
78 192 8464
78 117 74 33
WWW.AXLOUTOTH.SN

pour l'innovation

AXLOU TOTH
POUR L'INNOVATION

ENTRAÎNMENT INTENSIF

POUR LE BAC VERS LA MENTION

TERMINALES S2/D
EDITION 2022

EXERCICES ET PROBLÈMES DE SYNTHÈSES INCONTOURNABLES

300 EXERCICES
CORRIGÉS INTÉGRALEMENT, DÉTAILLÉS ET COMMENTÉS

- EXERCICES DE BASE
- EXERCICES CLASSIQUES
- EXERCICES DE REFLEXION
- 35 PROBLÈMES DE SYNTHÈSES
- EXTRAITS BACCALAURÉATS

78 192 84 64 / 78 117 74 33

WWW.AXLOUTOTH.SN

COLLECTION DEVENIR EXPERT EN MATHS