Axlou Toth pour l'Innovation

NIVEAU : SECONDE S

REPÉRAGE DANS LE PLAN

Exercice 1 :

Sur une droite graduée de repère $(O;\vec{u})$, les points A et B ont pour abscisses respectives -2 et 3.

1) Calculer $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ et $\overline{AB}$.

2) On note M le milieu de $[AB]$. Calculer $\overline{AM}$.

3) Montrer que pour tout point P de la droite $\overline{PM} = \frac{1}{2}\left(\overline{PA} + \overline{PB}\right)$.

Exercice 2 :

Une droite (Δ) est munie d'un repère $(O,\vec{\imath})$. Les points A, B, C, D et E de cette droite sont tels que :
$\overrightarrow{OA} = 3\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OB} = -2\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OC} = \vec{\imath}$; $\overrightarrow{OA} = 3\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OD} = 8\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OE} = -5\vec{\imath}$.

1) Faire une figure.

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer l'abscisse x du point M vérifiant :

a) $\overline{AM} = \overline{BC}$; **b)** $2\overline{AM} - \overline{ME} = -4$.

3) Dans chacun des cas suivants, déterminer les abscisses des points N vérifiant :

a) $-1 \leq \overline{ON} \leq 2$; **b)** $BN^2 = 9$.

Exercice 3 :

Soit $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ une base du plan vectoriel.

Soit $\vec{e}$ et $\vec{f}$ deux vecteurs du plan tels que $\vec{e}(2;1)$ et $\vec{f}(3;1)$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Montrer que $\left(\vec{e},\vec{f}\right)$ est une base du plan.

2) Donner les coordonnées de $\vec{u} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ dans la base $\left(\vec{e},\vec{f}\right)$.

Exercice 4 :

1) Dans chacun des cas suivants dire si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires :

a) $\begin{cases} \vec{u} = \sqrt{3}\vec{\imath} - \vec{\jmath} \\ \vec{v} = -\frac{3}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath} \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} \vec{u} = 5\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} \\ \vec{v} = 9\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} \end{cases}$.

2) Déterminer le réel m dans chacun des cas suivants pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires :

a) $\begin{cases} \vec{u} = m\vec{\imath} + \vec{\jmath} \\ \vec{v} = \vec{\imath} + m\vec{\jmath} \end{cases}$;   b) $\begin{cases} \vec{u} = (m+2)\vec{\imath} + (m-1)\vec{\jmath} \\ \vec{v} = (-m+1)\vec{\imath} + (m-1)\vec{\jmath} \end{cases}$.

Exercice 5 :

Le plan est muni d'un repère$(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit $A(-\frac{5}{6}; \frac{1}{4})$ et $B(-2; 1)$ dans $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par A et de coefficient directeur $\sqrt{2}$.

2) Si (Δ)est une droite d'équation $x - 3y + 2 = 0$, déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ') passant par B et parallèle à (Δ).

Exercice 6 :

Dans un plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points $A(2; 0)$, $B\left(5; \frac{15}{2}\right)$ et $C\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ et la droite (D) d'équation réduite $y = \frac{1}{2}x - 1$.

1) Les points A, B et C sont-ils situés sur la droite (D) ?

2) Montrer que les points O, B, C sont alignés.

3) Soit le point E défini par : $\overrightarrow{OE} = \frac{30}{29}\vec{\imath} - \frac{20}{29}\vec{\jmath}$. Quelle est la nature du triangle EOB ?

4) On considère la translation T de vecteur $\overrightarrow{OE}$.

Quelles sont les coordonnées du point F image du point B dans cette translation ?

5) Quelle est la nature du quadrilatère $EOBF$?

Montrer que O, E, B, F appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 7 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 2AC$, I est le milieu du segment $[BC]$, F le symétrique de C par rapport à A et G le barycentre des points $(A, -6)$; $(B, 3)$ et $(C, 5)$.

1) Justifier que $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est un repère orthogonal.

2) Quelles sont les coordonnées des points I, F et G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$?

3) Trouver les équations des droites (CG) et (AI).

4) Montrer, de deux façons, que les droites (CG) et (AI) sont parallèles.

5) La parallèle à la droite (BC) passant par F coupe la droite (CG) en J.

Trouver une équation de (FJ), puis les coordonnées du point J.

Exercice 8 :

On se propose de calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC où $A(1; 4)$, $B(-3; -2)$ et $C(2; -5)$.

1) Calculer les coordonnées des milieux de $[AB]$ et $[AC]$ et en déduire les équations des médianes du triangle ABC issues de B et C.

2) Déterminer alors les coordonnées de G.

Exercice 9 :

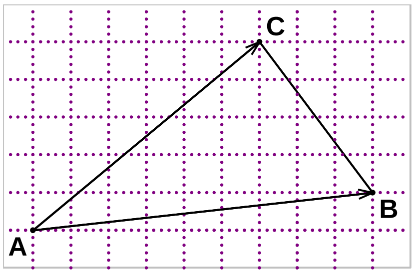
A, B, C et D ont respectivement pour coordonnées $(-1;3)$, $(3;-1)$; $(9;0)$ et $(5;4)$ dans $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Calculer les coordonnées de G, centre de gravité de ABD et montrer que les points G, A et C sont alignés.

2) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

3) On choisit $E\left(4;\frac{3}{2}\right)$ comme origine du nouveau repère $(E, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Calculer le coordonnées de A, B, C et D dans le nouveau repère. Que remarque-t-on ? Comparer les coordonnées de A et C et les coordonnées de B et D. Que peut-on en déduire pour les points A et C, puis pour les points B et D ?

Exercice 10 :



Soit ABC un triangle quelconque.

On considère le repère $(A; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ avec $\vec{\imath} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{\jmath} = \overrightarrow{AC}$.

On désigne par A', B' et C' les points définis par : $\overrightarrow{AC'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CA'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB'} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

1) Déterminer les coordonnées des points A', B' et C' dans le repère $(A; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

2) a) Montrer que les droites (AA') et (CC') sont sécantes.

b) Déterminer les équations réduites de (AA') et (CC') puis les coordonnées de leur point d'intersection E.

3) Montrer que la droite (BE) passe par B'.

Exercice 11 :

$(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est un repère du plan. (D) est la droite dont une équation cartésienne est $3x + 2y + 10$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de (Δ).

2) (Δ) est la droite qui passe par $A(3;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-1;2)$.

Déterminer une représentation paramétrique de (Δ).

3) Déterminer les coordonnées du pont d'intersection de (D) et (Δ).

4) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ') passant par A et parallèle à (D).

Exercice 12 :

Soit (D) la droite dont $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique.

1) Les points $A(0;5)$ et $B(3;-1)$ appartiennent-ils à (D) ?

2) Donner une équation réduite de la droite (D).

Exercice 13 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les droites (D_1) et (D_2) définies par :

$(D_1) : \begin{cases} x = -8 + t \\ y = -3 + t \end{cases} t \in \mathbb{R}$; $(D_2) : \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 3 + 2t' \end{cases} t' \in \mathbb{R}$.

1) (D_1) et (D_2) sont-elles parallèles ? Trouver les coordonnées de leur point intersection s'il y a lieu.

2) Déterminer une équation cartésienne de (D_1) et de (D_2).

3) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites :

a) (D) passant par $B(1; 2)$ et parallèle à (D_1).

b) (D') passant par $A(-3; 2)$ et perpendiculaire à (D_2).

Exercice 14 :

Soit m un réel et l'équation (E_m) : $(3m + 1)x + (m - 1)y - 15m - 1 = 0$.

1) Montrer que $\forall\, m \in \mathbb{R}$, (E_m) est bien l'équation d'une droite (D_m).

2) Montrer que $\forall\, m \in \mathbb{R}$, la droite (D_m) passe par le point $A\binom{4}{3}$.

3) Déterminer l'ensemble des réels pour lesquels (D_m) possède la propriété suivante :

a) (D_m) passe par l'origine du repère.

b) (D_m) parallèle à l'axe des abscisses.

c) (D_m) parallèle à la droite (Δ): $2x - 3y + 3 = 0$.

Exercice 15 :

Le plan P est rapporté à un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit (D_m) l'ensemble des points M de P dont les coordonnées (x, y) dans $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ vérifient la relation : $(m - 2)x + (2m - 1)y + m = 0$.

1) Montrer que (D_m) est une droite pour tout m de $\mathbb{R}$. Tracer (D_0), (D_2), $(D_{\frac{1}{2}})$, (D_1).

2) Montrer que le point $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ appartient à toutes les droites (D_m) (pour tout $m \in \mathbb{R}$).

3) Déterminer (D_m) dans chacun des cas suivants :

a) (D_m) passe par le point $A(-1; 2)$.

b) (D_m) a pour coefficient directeur 2.

c) (D_m) a pour vecteur directeur $\vec{u} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$.

Bonne dégustation scientifique !